Enseigner “la” numération au cycle 2

Animation pédagogique du 10 février 2021
Circonscription de Thann
Anne Lindecker,conseillère pédagogique
David Tournier, IEN

Objectifs de formation

Prendre en compte deux systèmes de numération qui sont conjointement enjeux d'apprentissages au cycle 2

Interroger les moyens d'enseigner les correspondances entre ces deux systèmes de numération pour permettre aux élèves de faire les liens

Inscrire les enseignements des nombres dans une cohérence de cycle

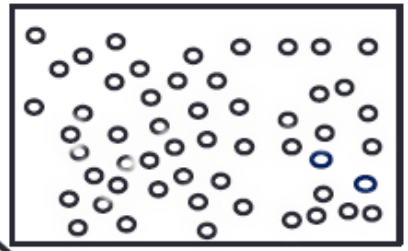
Plan de la matinée

- Etat des lieux de la recherche et préconisations institutionnelles; réflexion induite à partir d'une mise en situation
- Exploration de pratiques de classe, d'outils et supports au service de la construction du nombre
- Projection vers le travail en équipe et la programmation de cycle

Etat des lieux de la recherche et préconisations institutionnelles

[cinquante-trois]
Nom du nombre

« 53 »
Ecriture chiffrée



Cinquante troisième

Comptage
un, deux, trois, …
cinquante-trois

Trois après cinquante

Comptage
dix, vingt, …, cinquante
cinquante-et-un, …,
cinquante-trois

On ne connait pas le nombre de dizaines.
On écrit la quantité « avec des chiffres » à partir du nom du nombre.

5x10+3

Comptage des dizaines (5) puis des unités restantes (3) et codage en accolant les chiffres : **53**

Inutile de connaitre le nom du nombre.

Eric Mounier

[cinquante-trois]
Nom du nombre

« 53 »
Ecriture chiffrée

Rupture épistémologique entre les deux numérations

Eric Mounier

Deux numérations distinctes sont objets d'apprentissages.

L'une n'est pas la forme écrite de l'autre.

DEUX SYSTEMES DE NUMERATION OBJETS D'ENSEIGNEMENT AU CP

L'importance de l'apprentissage de la numération est stipulée dans les programmes et la documentation officielle.

Deux systèmes de numération y sont évoqués :

d'une part les noms des nombres à l'oral qui se trouvent dans la comptine numérique en français, d'autre part les désignations écrites chiffrées des nombres qui utilisent dix chiffres.

Ce sont deux systèmes de numération distincts. Les élèves qui arrivent au CP savent nommer les nombres jusqu'à trente, via la connaissance de la comptine numérique en français, sans pour autant savoir les écrire avec des chiffres.

Il est moins usuel de percevoir la possibilité d'écrire les nombres avec des chiffres sans savoir les nommer.

Ceci permet alors d'envisager un travail des deux systèmes de numération qui ne suit pas nécessairement la même progression du champ numérique tout au long de l'année.

LES CONNAISSANCES DES ÉLÈVES

Bilan des recherches menées depuis 2010
Début CE1

- Une bonne connaissance de dire/écrire
- Des connaissances de dénombrement contrastées
- Des connaissances sur la compréhension des écritures chiffrées qui apparaissent comme insuffisantes pour une partie non négligeable des élèves

Eric Mounier

QUELQUES PRINCIPES

La numération orale :

- mettre l'accent sur ses régularités
- la découvrir au fur et à mesure de l'année

La numération écrite chiffrée :

- la construire (et non décrypter des écritures déjà là) à partir de nombres dont les élèves ne connaissent pas encore le nom
- proposer des tâches de comparaison

Eric Mounier

Faire le lien entre les deux numérations

- Utiliser les unités de numération
- Faire le lien avec une file numérique adaptée ou sans file numérique

DEUX SYSTÈMES DE NUMÉRATION EN FRANCE
LA NUMÉRATION ORALE

- Le **système oral** de désignation des nombres utilise un certain nombre de mots : 26 « mots nombres » peuvent être combinés pour pouvoir dire les nombres jusqu'au billion.

- Les combinaisons utilisent parfois une relation :
  - d'addition : 108, c'est 100 + 8
  - de multiplication : 300, c'est 3 x 100

  Ces liens <u>ne sont pas transparents.</u>

LA NUMERATION ORALE

S’appuyer sur les régularités

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20 Vingt
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30 Trente	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40 Quarante	
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50 Cinquante	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60 Soixante	
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80 Quatre-vingts	
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	cent	

File numérique affichable sur les murs de la classe, plusieurs mètres de long

LA NUMERATION ORALE

S’appuyer sur les régularités

La numération orale (comptine)

Grande comptine de un à dix-neuf	vingt	Petite comptine de un à neuf	trente	Petite comptine de un à neuf	quarante	Petite comptine de un à neuf	cinquante	Petite comptine de un à neuf	soixante	Grande comptine de un à dix-neuf	quatre-vingts	Grande comptine de un à dix-neuf	cent

Période 1

Période 2

Période 3

Périodes 4 et 5

DEUX SYSTÈMES DE NUMÉRATION EN FRANCE
LA NUMÉRATION ÉCRITE CHIFFRÉE

- La **numération écrite chiffrée** utilise les chiffres dits arabes. 10 chiffres permettent d'écrire l'infinité des nombres.

- 9 unités (9u) + 1 unité (1u) forment une nouvelle unité appelée la dizaine (1d) - ou unité du deuxième ordre. La centaine est une unité du troisième ordre.

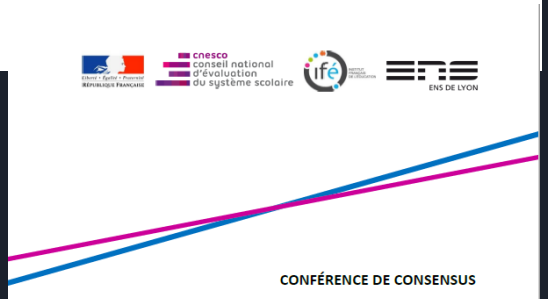
- L'écriture chiffrée est régie par deux principes :
  - le principe de position
  - le principe décimal

LA NUMÉRATION ÉCRITE CHIFFRÉE

CONFERENCE DE CONSENSUS “nombres et opérations: premiers apprentissages à l’école primaire” (2015)

R11 - L’acquisition du système de numération décimale de position est fondamentale pour les apprentissages numériques.

Commentaires : Cet enseignement ne se limite pas à apprendre à écrire et à dire les nombres, mais s’attache à permettre une compréhension des aspects décimal et positionnel[8]. La maîtrise de ce système de numération passe par la manipulation exercée des nombres supérieurs à 100, faute de quoi l’élève ne peut accéder à la signification de la position des chiffres dans le nombre. Des recherches empiriques ont montré que la réussite dans l’apprentissage des décimaux est conditionnée par une bonne connaissance des nombres entiers.



LA NUMÉRATION ÉCRITE CHIFFRÉE

le principe de position

Aspect position de la numération : dans l'écriture d'un nombre, la valeur des chiffres dépend de leur position.

4 137 c'est :

4 milliers 1 centaine 3 dizaines et 7 unités

Ce que l'on écrit souvent dans un tableau de numération :

M	C	D	U
4	1	3	7

Le chiffre 0 sert à marquer la position des chiffres quand une unité est absente.

→ 2 n'a pas la même valeur dans les nombres 123, 213 et 312

Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N*, *86*, 59-90

LA NUMÉRATION ÉCRITE CHIFFRÉE

le principe décimal

Aspect décimal de la numération (ou relations entre unités) : 10 unités d'un certain rang sont égales à une unité du rang supérieur.

1 dizaine = 10 unités,

1 centaine = 10 dizaines, donc 1 centaine = 100 unités

1 millier = 10 centaines, donc 1 millier = 100 dizaines et 1 millier = 1000 unités.

→ Il y a un rapport de dix entre les différentes unités
Exemple : 1d, c'est 10u ; 1c, c'est 10d

Renvoie aux situations de « groupements » ou « échanges »

Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N, 86*, 59-90

POURQUOI EST-IL IMPORTANT D'ENSEIGNER CES DEUX SYSTÈMES ?

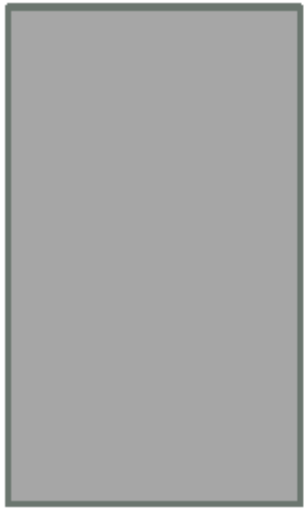
- Les deux aspects de la numération sont en jeu dans toutes les techniques opératoires.
- En particulier, l'aspect décimal intervient dans les retenues pour les techniques usuelles de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.
- Ex :

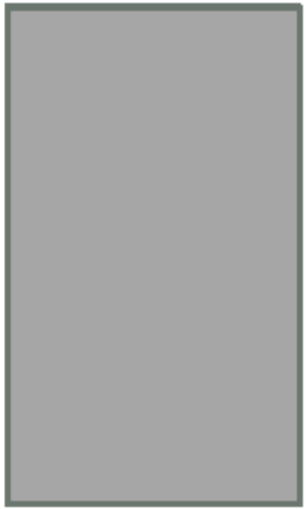
	1		
	5	9	3
+	3	4	5
	9	3	8

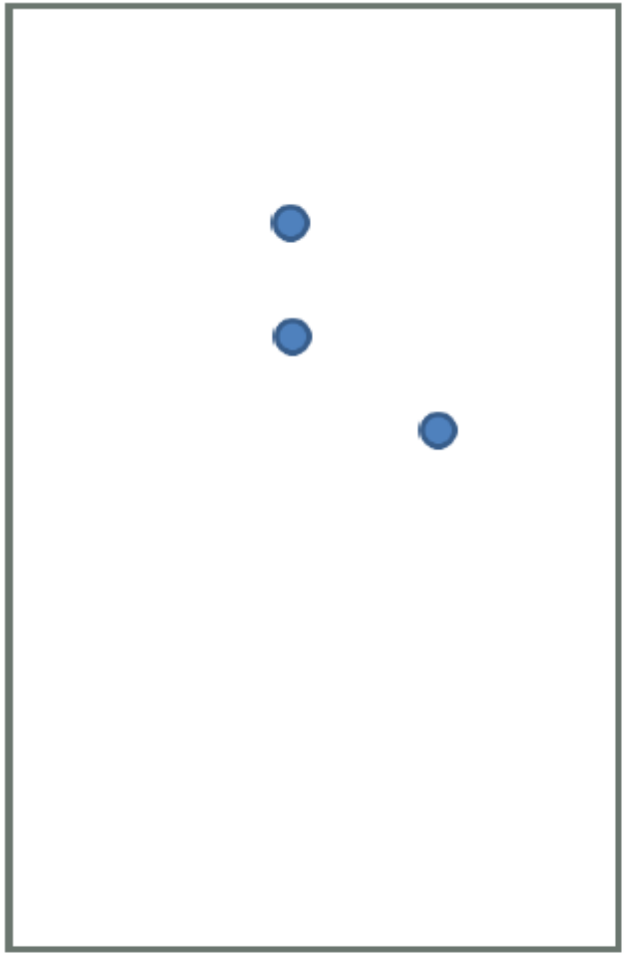
9d + 4d = 13d = 1c + 3d (aspect décimal)
La position occupée par les centaines est le 3ème rang (aspect position)

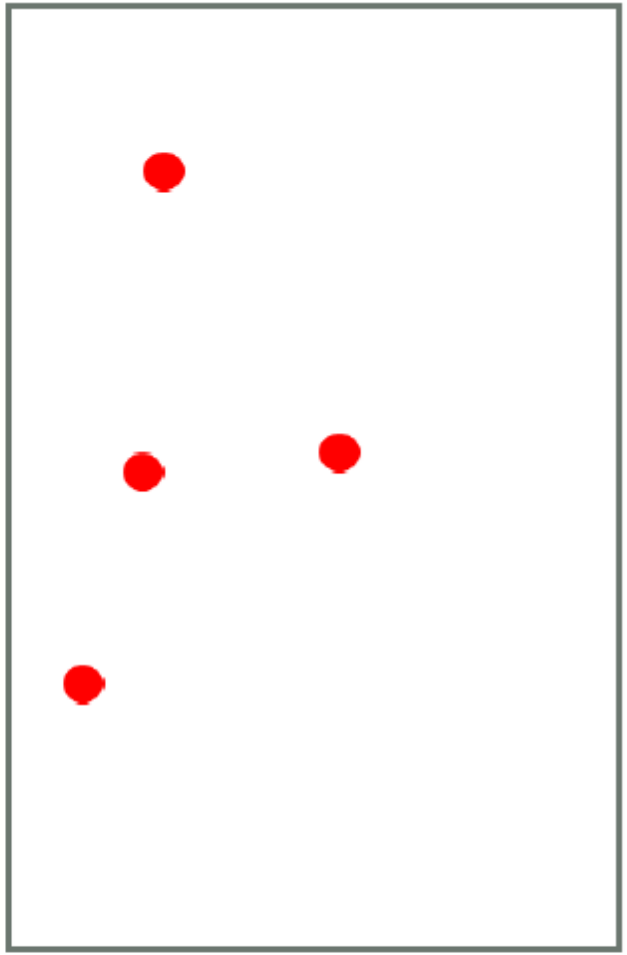
Mise en situation

Règles du jeu :
Des collections vont apparaître.
Il s'agit de trouver où il y a le plus de jetons dans le temps imparti (quelques secondes).
On gagne si tout le monde trouve la bonne réponse.
Si une personne se trompe, c'est perdu.



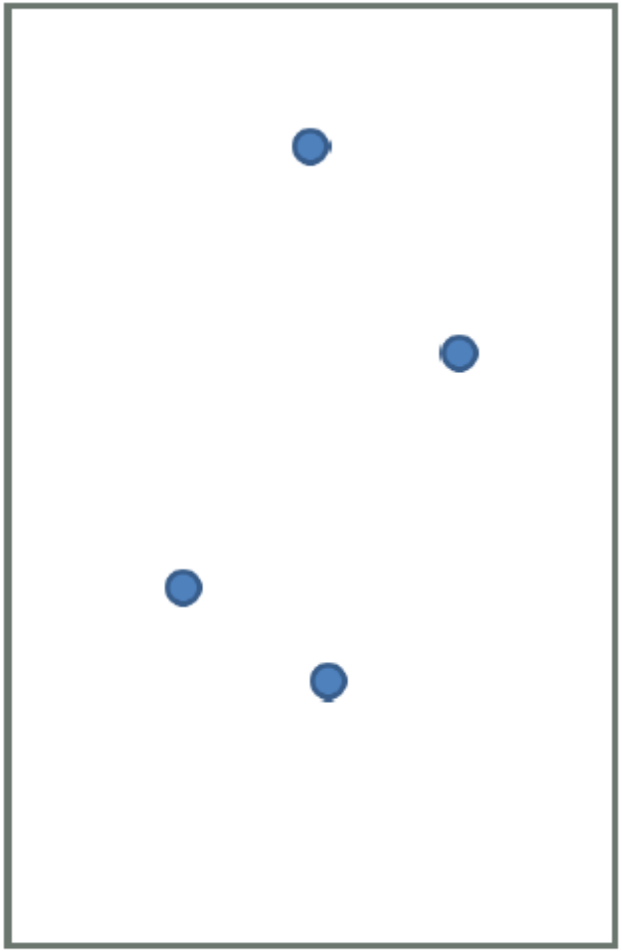


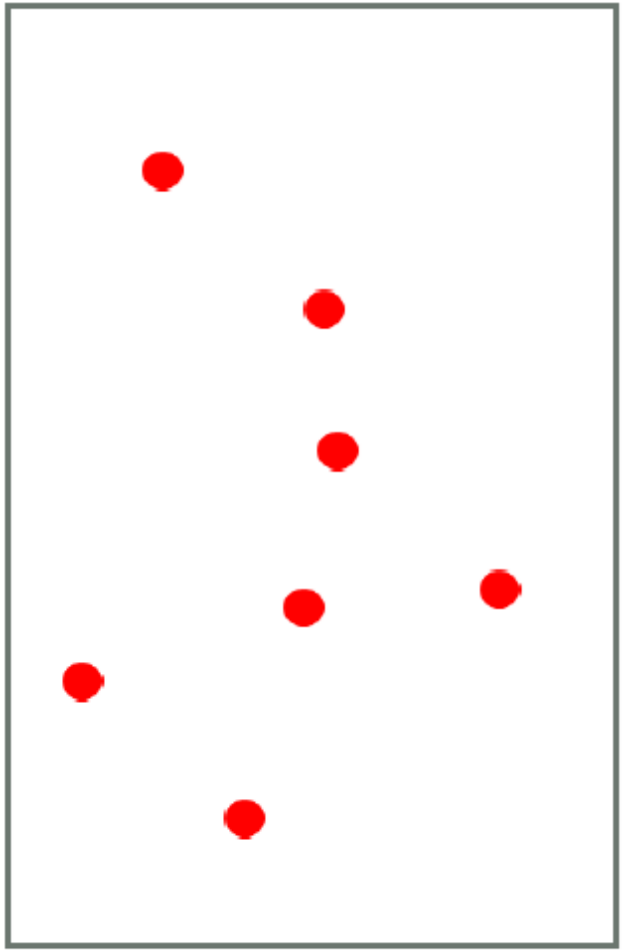




1re partie

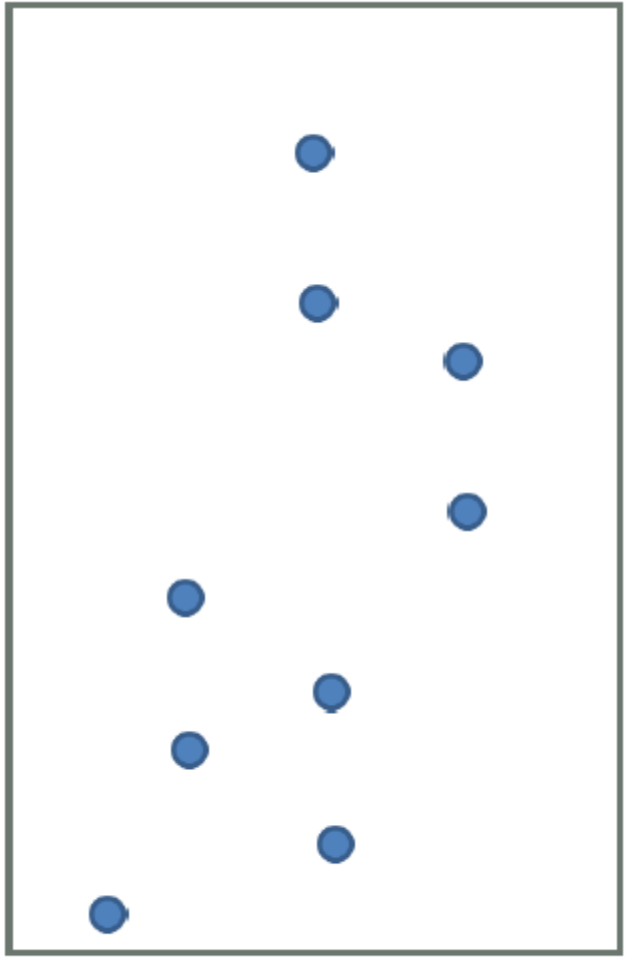
2e partie

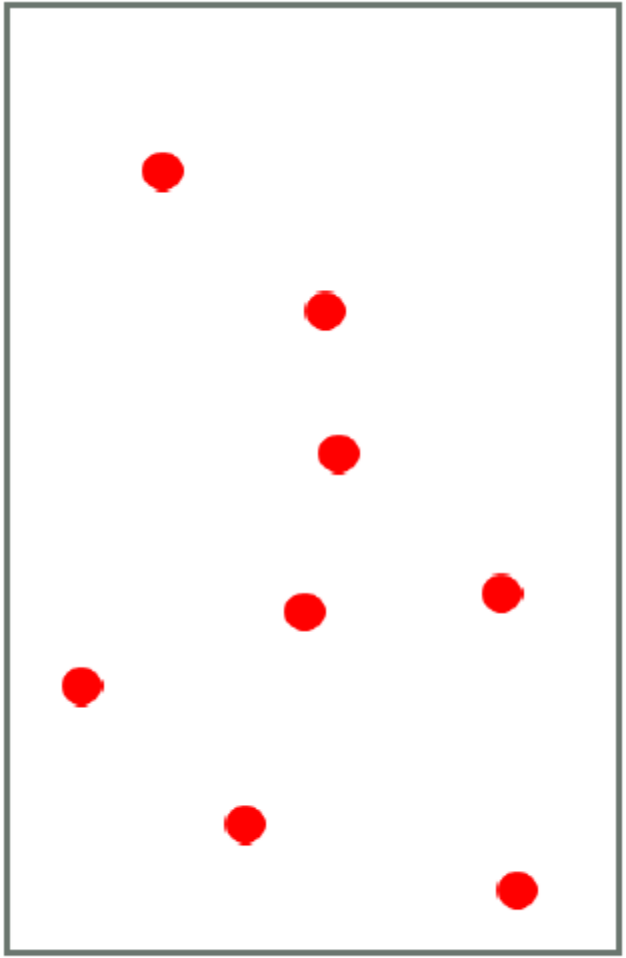




2e partie

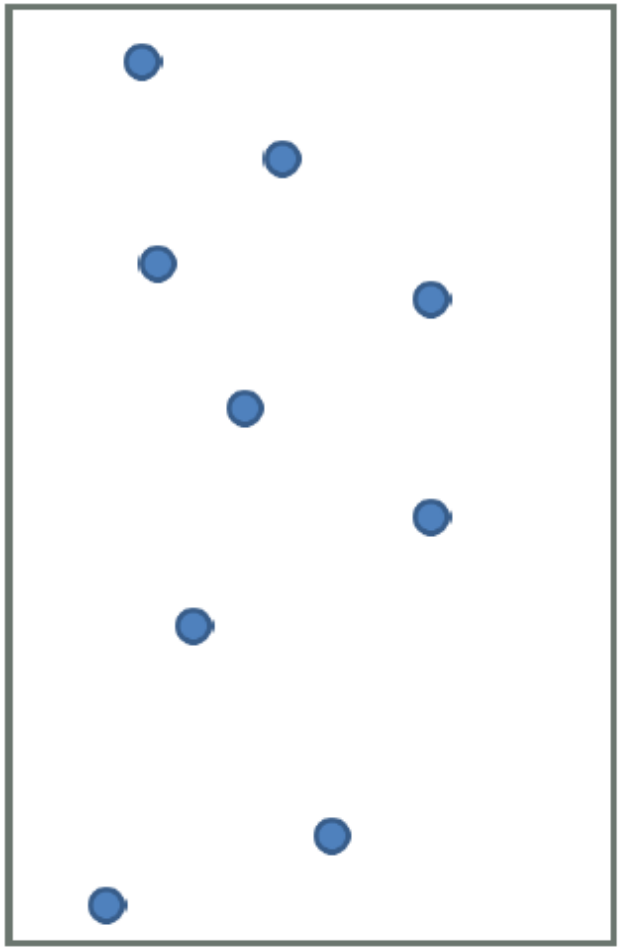
3e partie

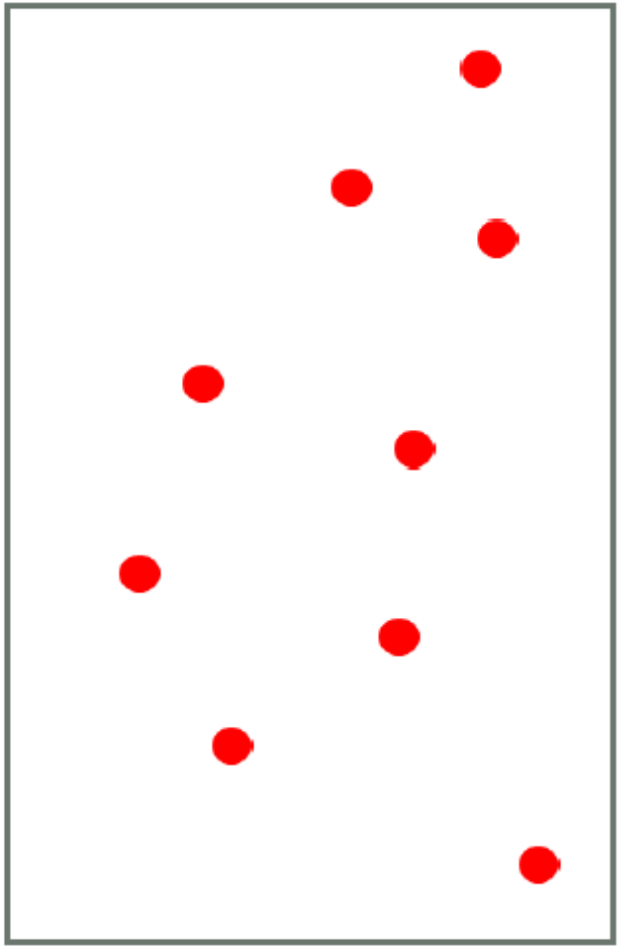




3e partie

3e partie





4e partie

4e partie

Tout le monde a-t-il la même réponse?

Etes-vous sûr.e.s de vous?

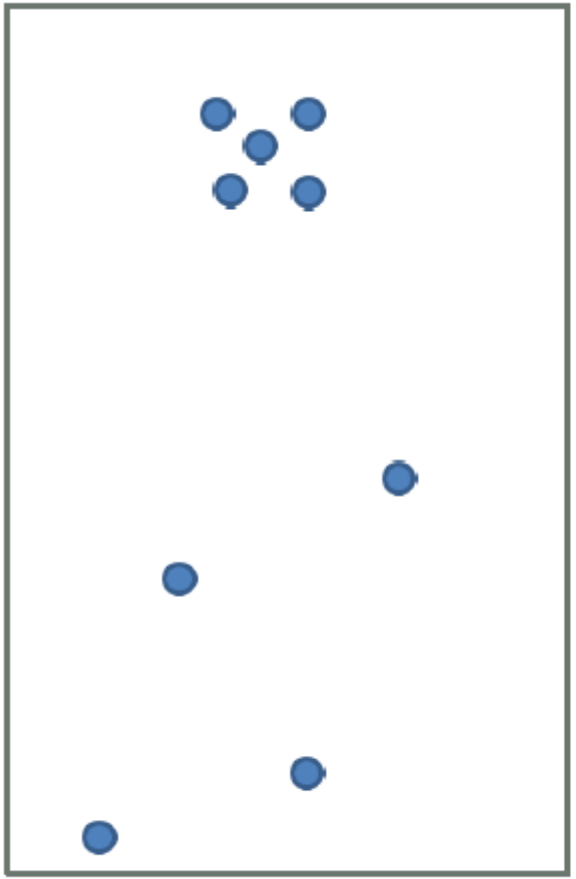
Règles du jeu : il s'agit de trouver où il y a le plus de jetons dans le temps imparti (quelques secondes).
On gagne si tout le monde trouve la bonne réponse.
Si une personne se trompe, c'est perdu.

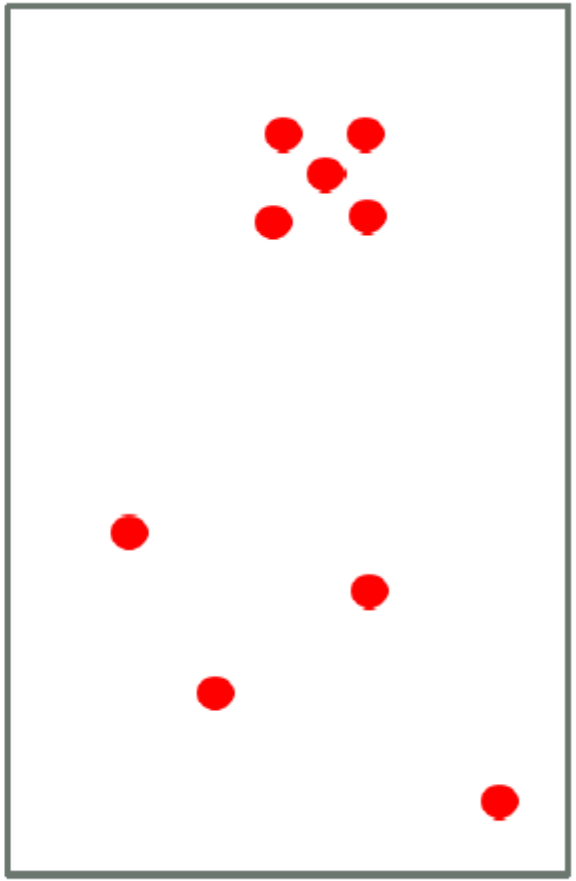
DEFI: gagner au jeu

ACTIONS POSSIBLES: bouger les jetons rouges et bleus

DEROULEMENT: Chacun imagine comment faire pour relever le défi

Solutions envisagées?

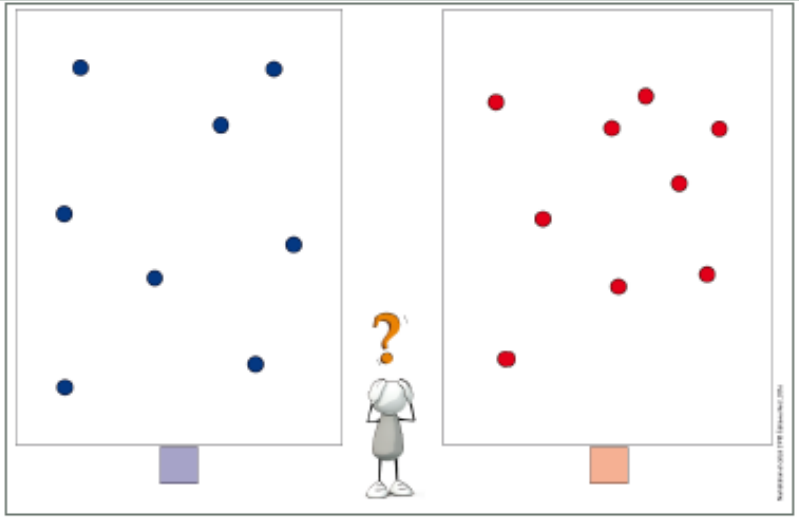




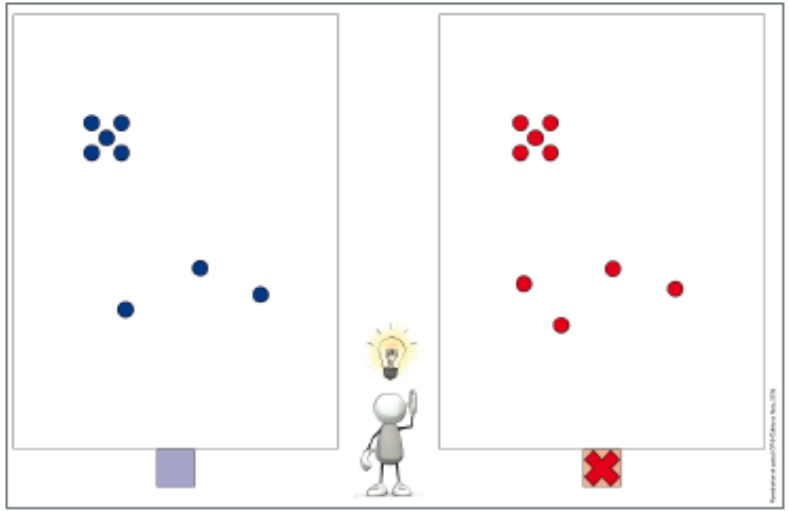
4e partie

4e partie

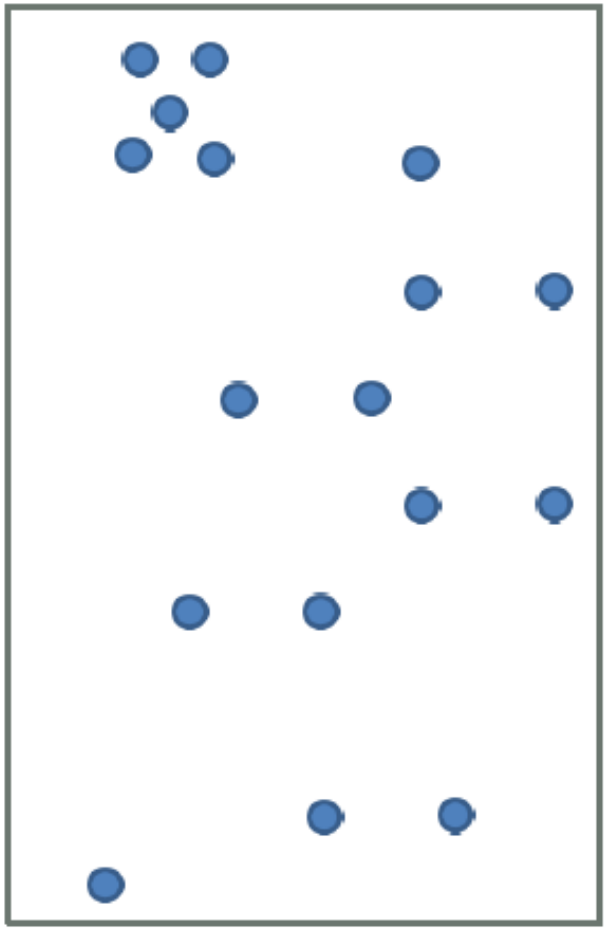
Est- ce que cela fonctionne?

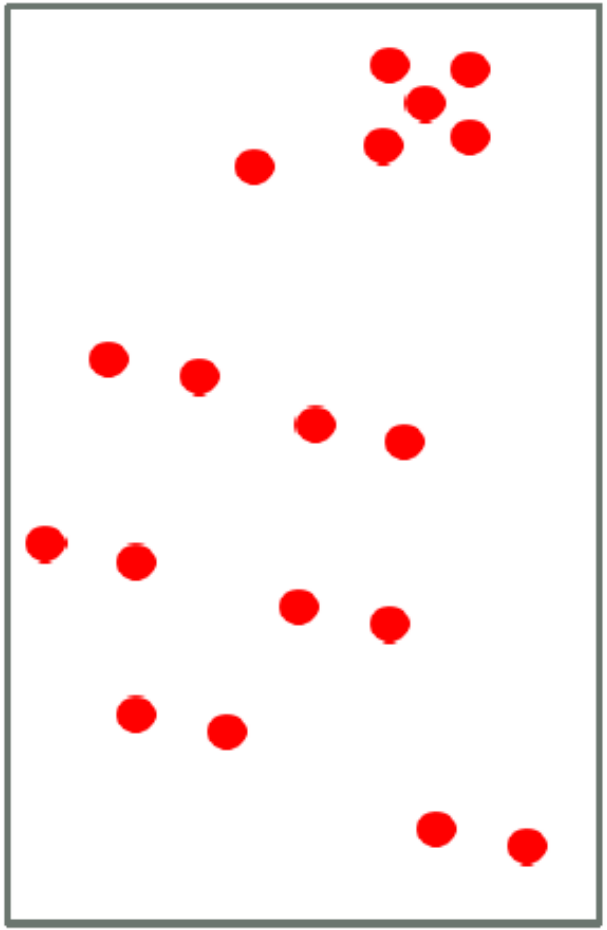


Institutionnalisation par affichage temporaire



5e partie





5e partie

5e partie

Tout le monde a-t-il la même réponse ?

Êtes vous sûr de vous ?

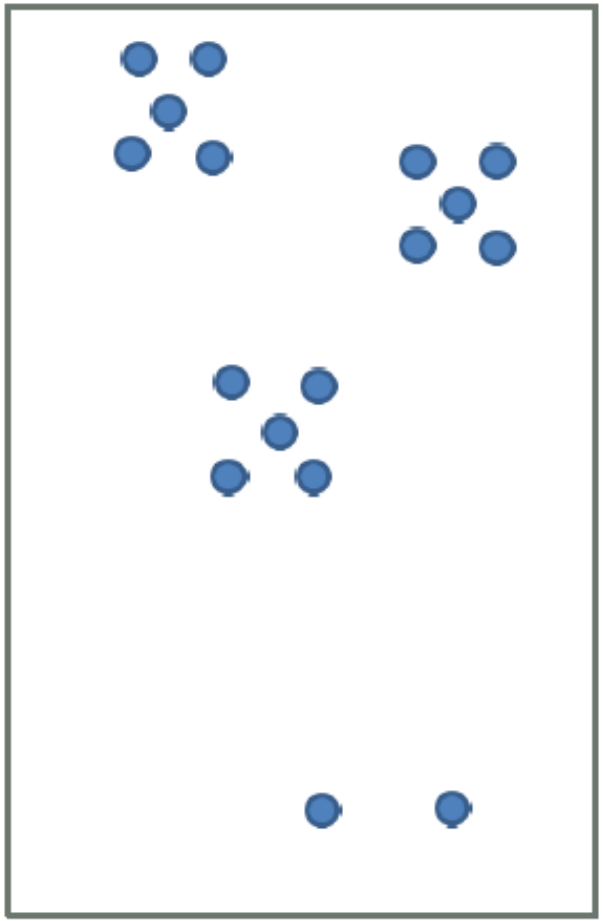
Règles du jeu : il s'agit de trouver où il y a le plus de jetons dans le temps imparti (quelques secondes).
On gagne si tout le monde trouve la bonne réponse.
Si une personne se trompe, c'est perdu.

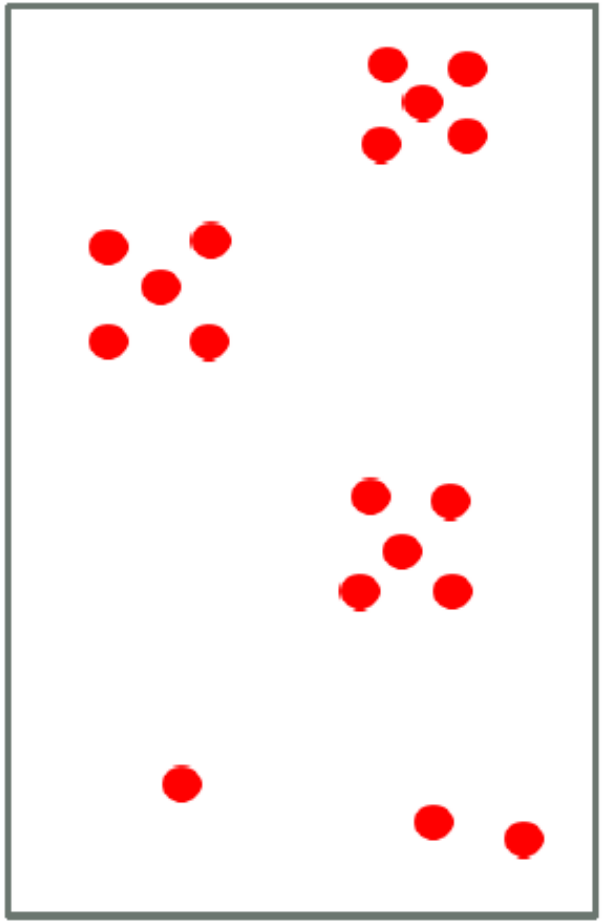
DEFI: gagner au jeu

ACTIONS POSSIBLES: bouger les jetons rouges et bleus

DEROULEMENT: Chacun imagine comment faire pour relever le défi

Solutions envisagées?



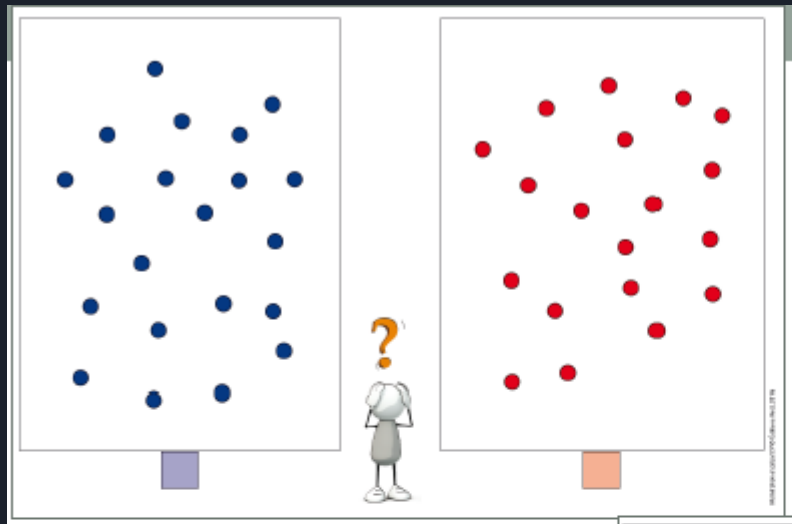


5e partie

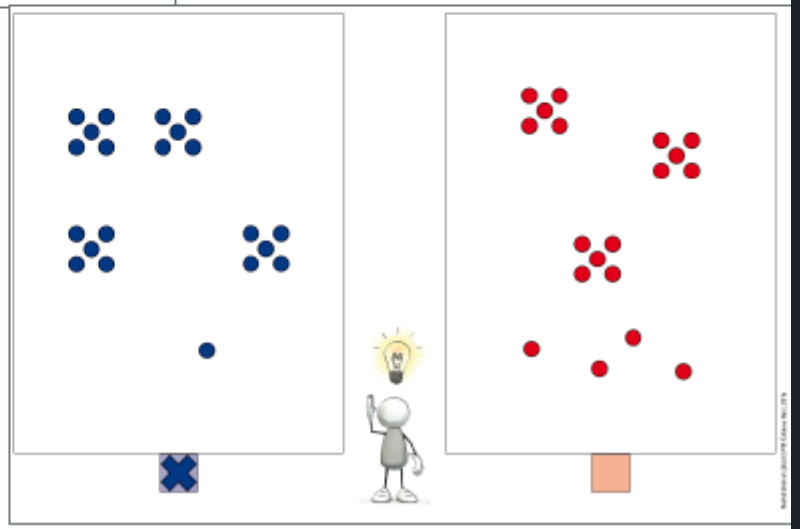
5e partie

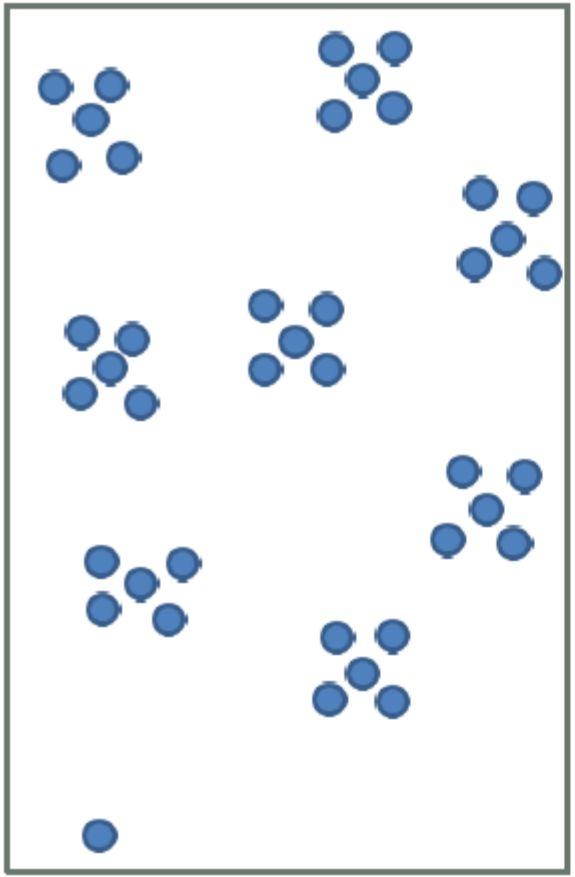
C’est gagné, tout le monde a la même réponse.

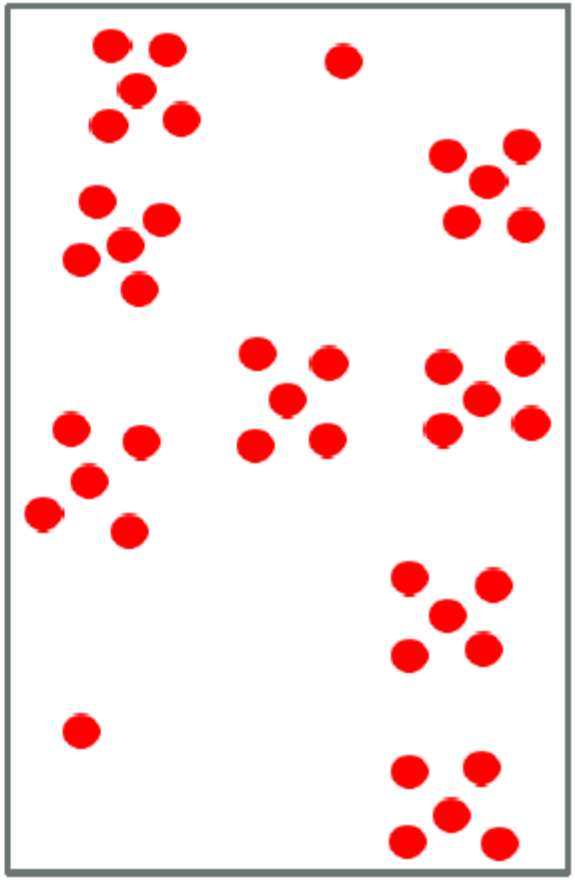
On peut valider : jeton/jeton ou/et groupe/groupe



Institutionnalisation par affichage temporaire







6e partie

6e partie

Tout le monde a-t-il la même réponse ?

Êtes vous sûr de vous ?

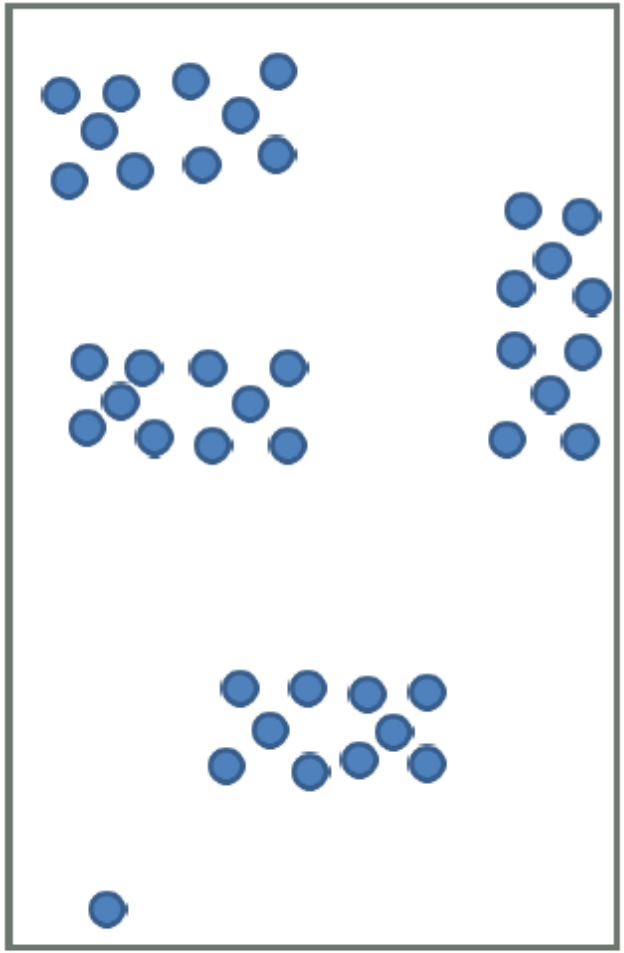
Règles du jeu : il s'agit de trouver où il y a le plus de jetons dans le temps imparti (quelques secondes).
On gagne si tout le monde trouve la bonne réponse.
Si une personne se trompe, c'est perdu.

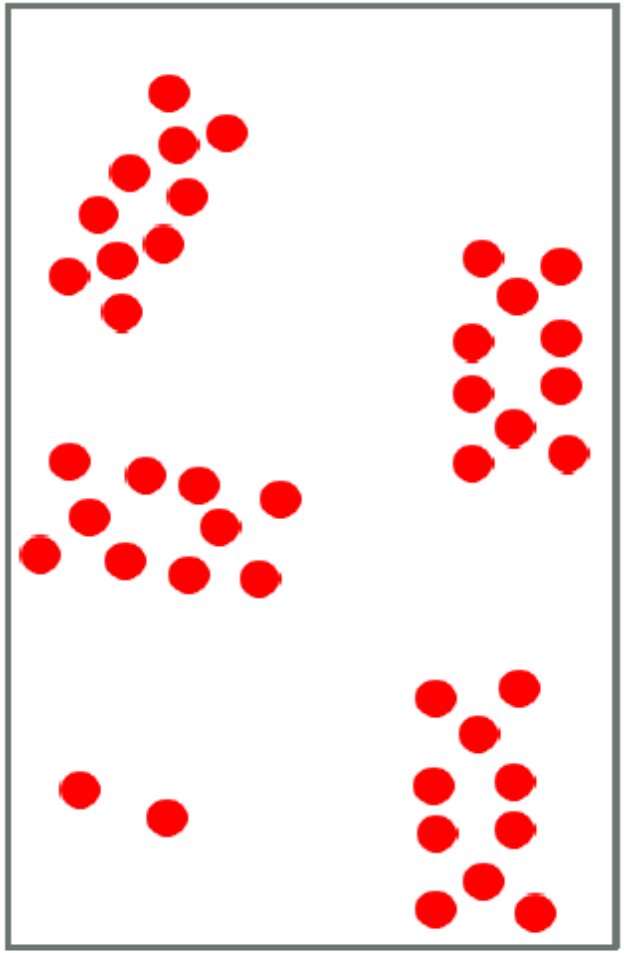
DEFI: gagner au jeu

ACTIONS POSSIBLES: bouger les jetons rouges et bleus

DEROULEMENT: Chacun imagine comment faire pour relever le défi

Solutions envisagées?



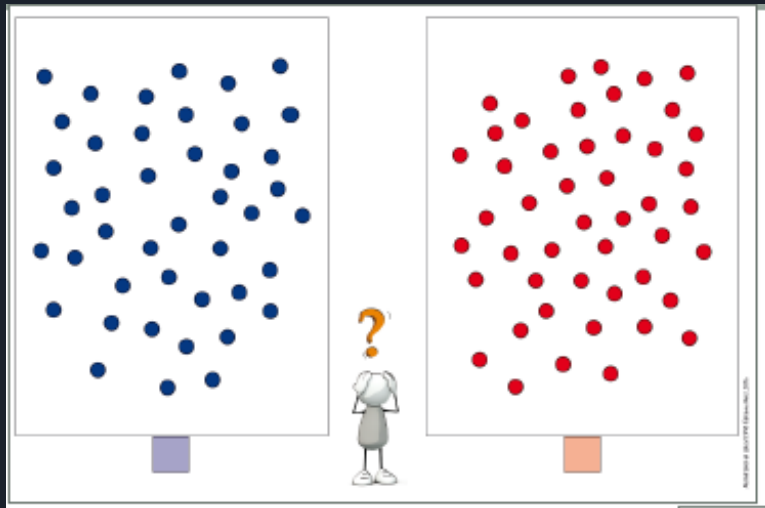


6e partie

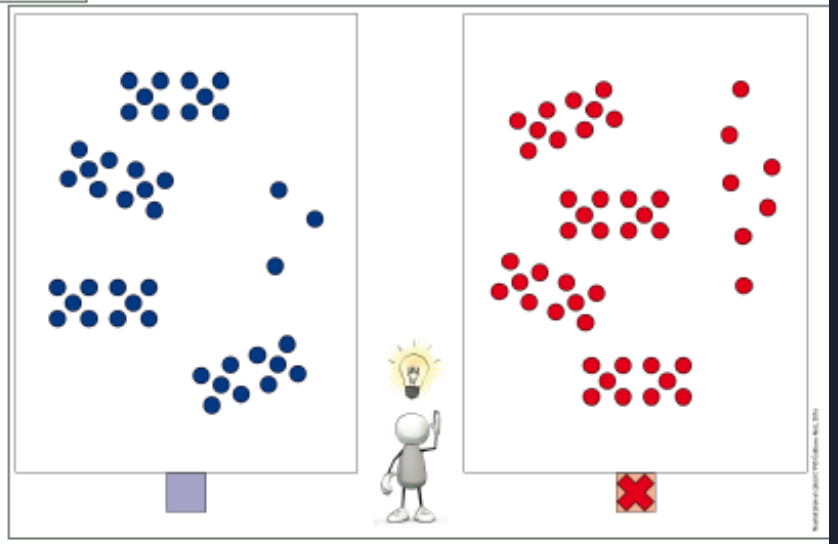
6e partie

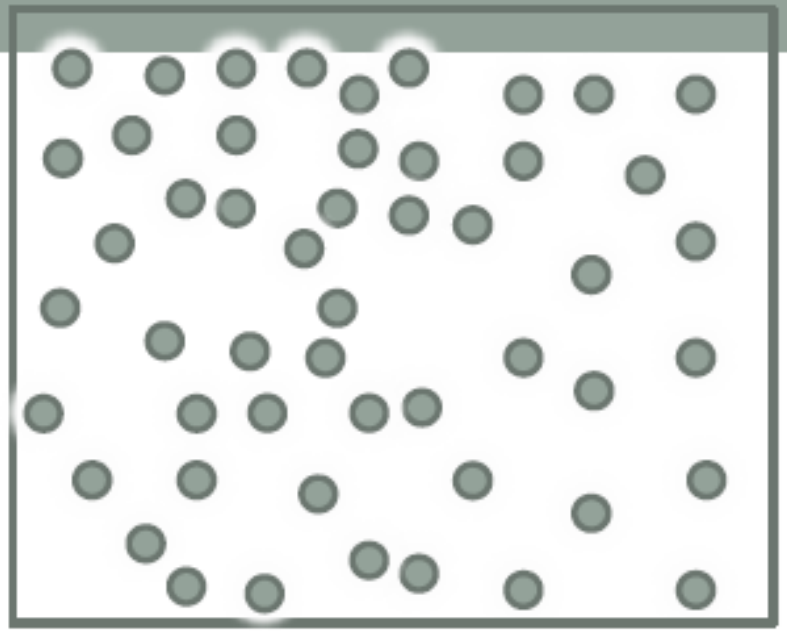
C’est gagné, tout le monde a la même réponse.

On peut valider : jeton/jeton ou/et groupe/groupe

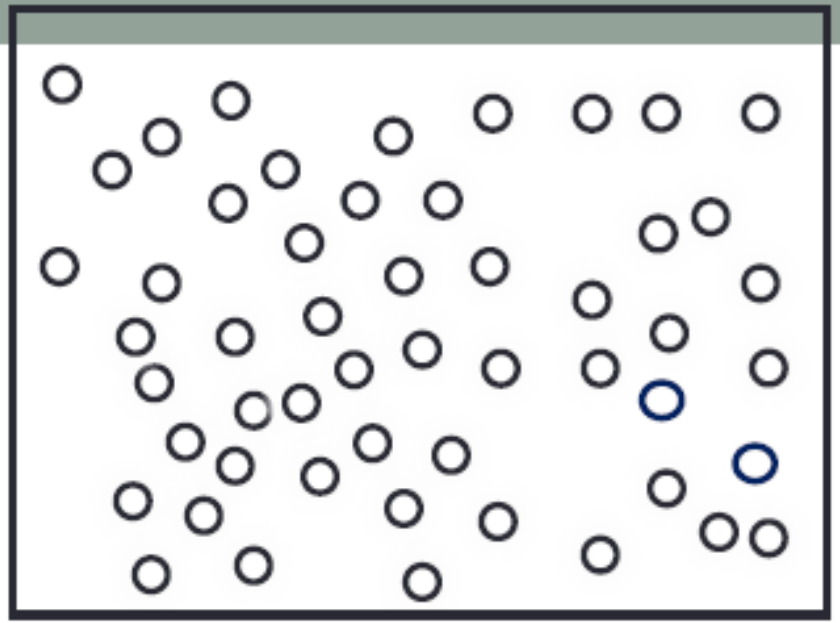


Institutionnalisation par affichage

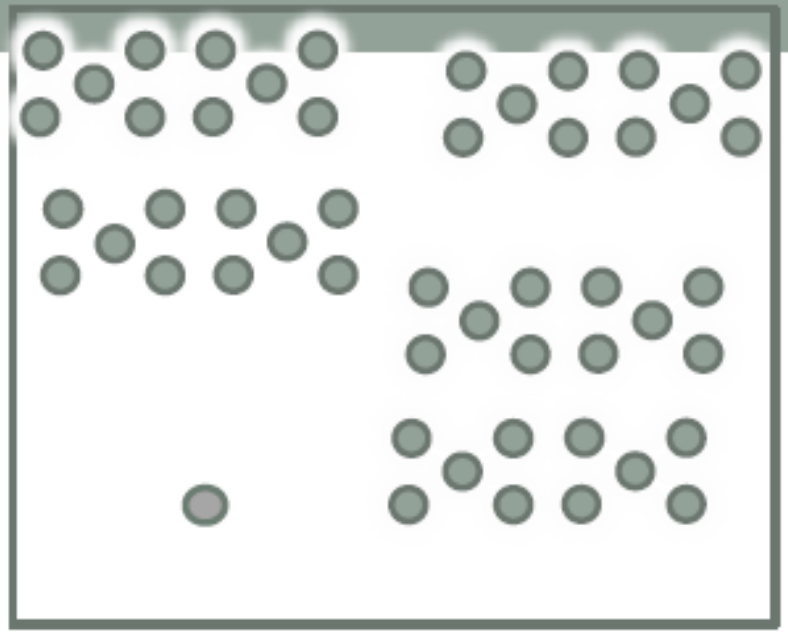




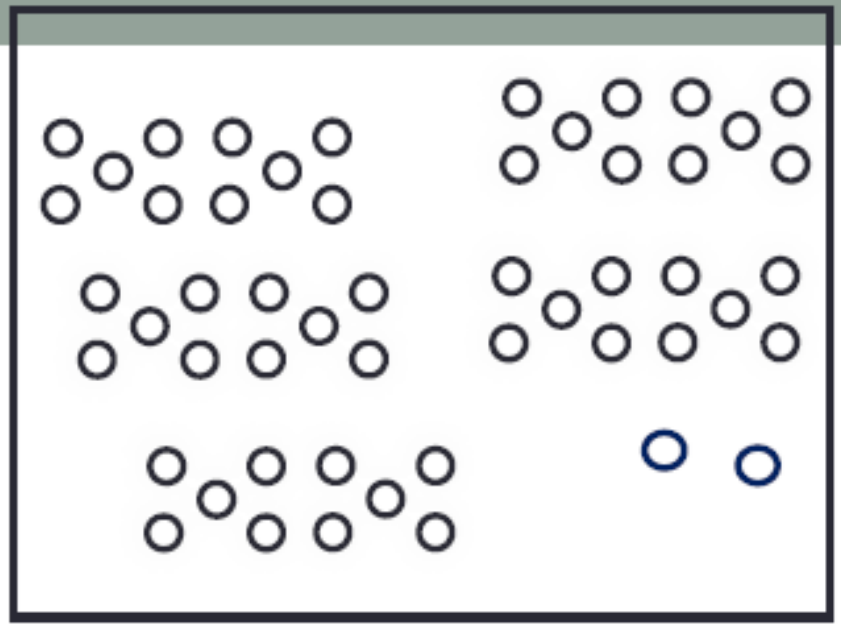
COMPARER



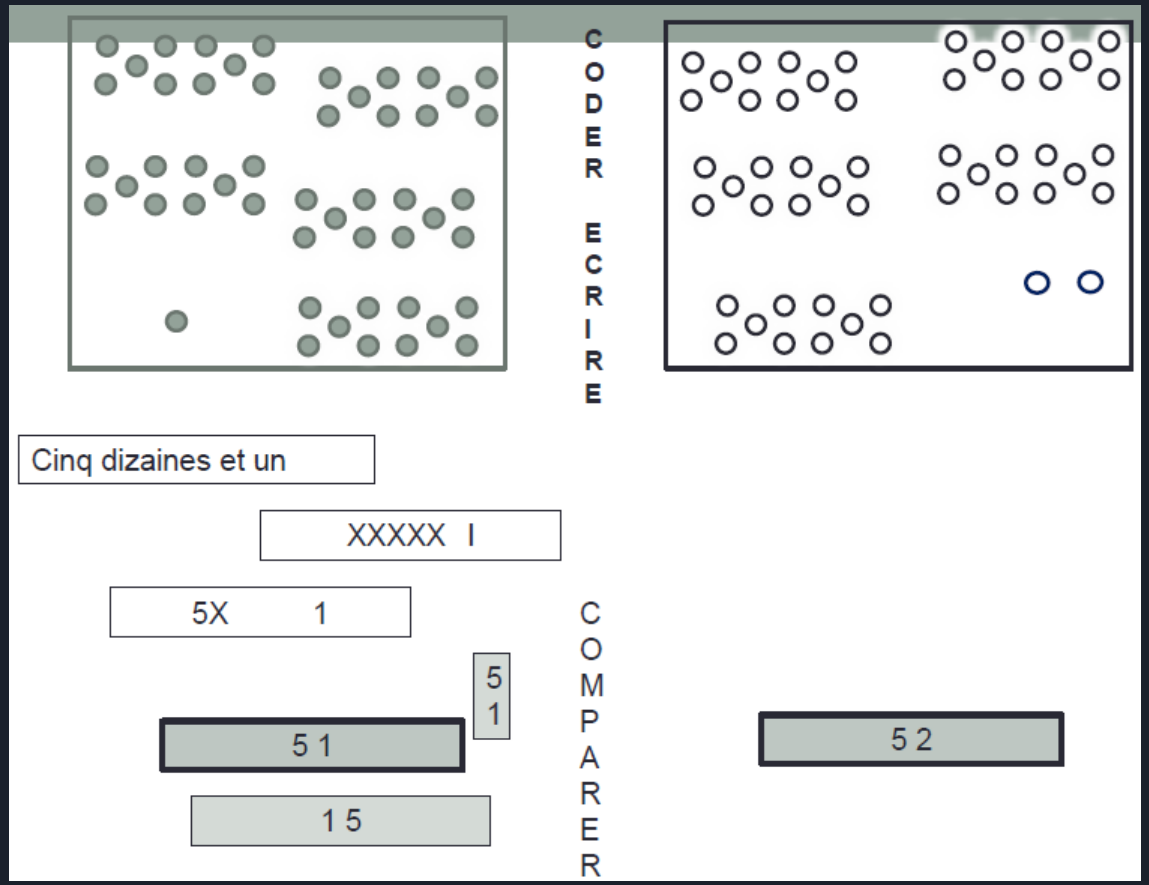
COMPARER

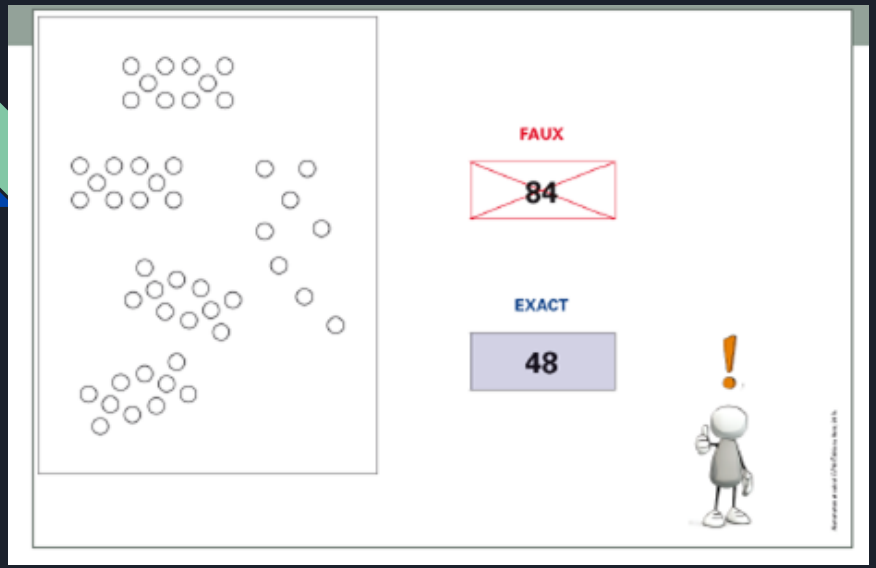


COMPARER

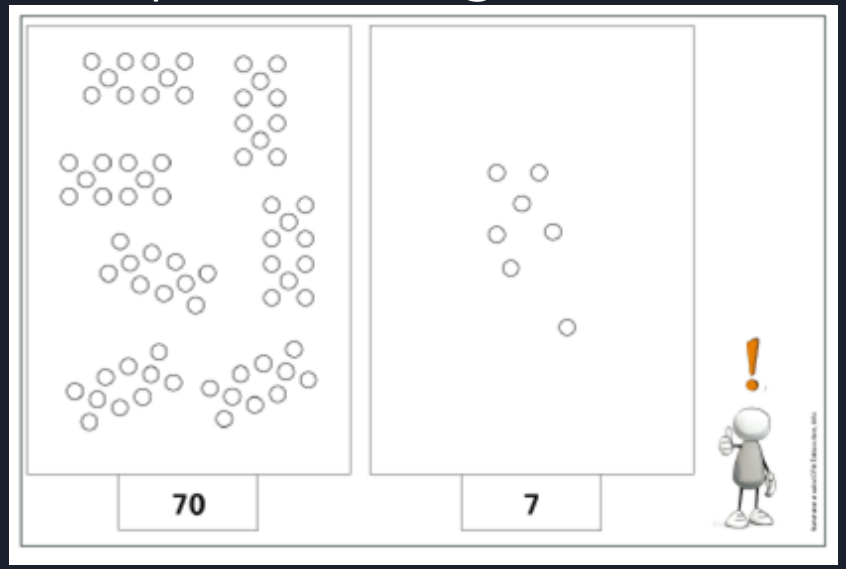


PROPOSER UN CODAGE





Institutionnalisation par affichage



NUMERATION ECRITE
Construire la dizaine

EXEMPLE D'UNE SÉQUENCE D'APPRENTISSAGE SUR LA DIZAINE EN PÉRIODES 1 ET 2, SANS QU'IL NE SOIT NÉCESSAIRE DE MOBILISER LE COMPTAGE[11]

LA TÂCHE

Un jeu de **comparaison de deux quantités « proches »**, le plus souvent ayant au maximum une ou deux unités d'écart. Deux collections sont présentées aux élèves au tableau, en utilisant la vidéoprojection ou des jetons manipulables (aimantés) de deux couleurs (une pour chaque collection), de manière suffisamment rapide pour que les élèves n'aient **pas le temps de les dénombrer** par un comptage un à un. Une fois les deux collections cachées, chaque élève indique celle qui lui semble comporter le plus de jetons (ou bien s'il y en a autant dans les deux). **La validation se fait ensuite via la mise en correspondance un à un des jetons ou par groupements de jetons.**

LA PROGRESSION

Chaque étape peut comporter plusieurs séances de courtes durées, ritualisées, pour que les élèves soient confrontés collectivement au problème puis, une fois la solution trouvée, puissent s'entraîner individuellement ou en groupes. La solution adoptée collectivement consiste toujours en une organisation pertinente des deux collections, qui va évoluer selon les quantités à comparer : au début

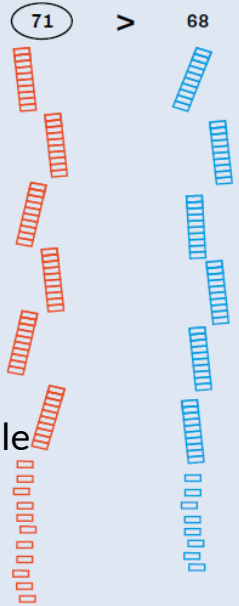
11 — Voir Éric Mounier, « Une analyse de l'enseignement de la numération. Vers de nouvelles pistes », 2010 : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00550721v1/document

Focus | Une séquence d'apprentissage sur la numération écrite chiffrée

SÉANCE 1

Objectif de la séquence pour l'élève : être capable de comparer des nombres en utilisant les écritures chiffrées

comment comparer deux nombres grâce à leur écri-
la signification des chiffres selon leur position, aspect décimal et aspect positionnel. Pour atteindre cet objectif, ils auront à comparer deux quantités qu'ils ne peuvent voir simultanément, ce qui motivera l'intérêt de solliciter les écritures chiffrées pour communiquer une information sur ces quantités. La séance 1 se termine par la trace écrite ci-dessous (figure 6) qui met en valeur la comparaison du nombre de dizaines et d'unités dans chaque collection.



Validation par le matériel

Figure 9. Validation à l'aide d'un matériel de numération aimanté au tableau.

Institutionnalisation

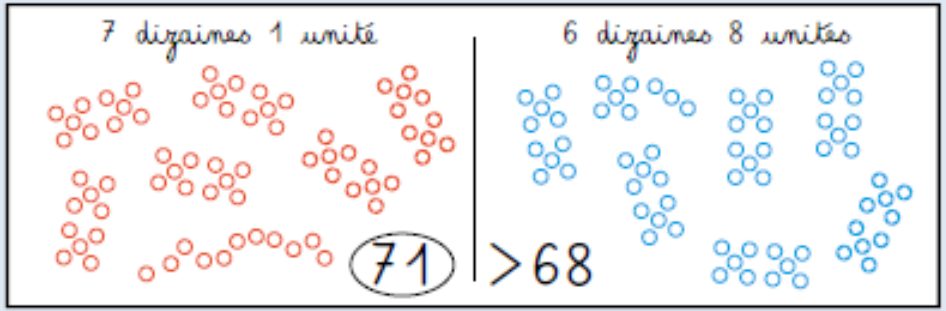
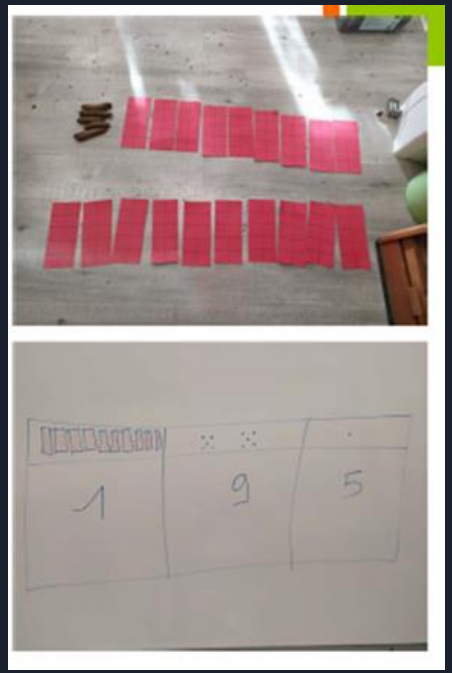


Figure 6. Exemple de la production collective à la fin de la séance 1 « Comparer des nombres », qui pourrait être verbalisée ainsi : « Tu peux comparer les nombres grâce à leur écriture chiffrée. 71 est plus grand que 68, car dans 71 il y a 7 dizaines alors que dans 68 il y a seulement 6 dizaines. »

Dénombrer une grande collection sans passer par la numération orale



FAIRE LE LIEN ENTRE LES DEUX SYSTEMES DE NUMERATION
Utiliser les unités de numération

- Exemples d'une écriture en unités de numération (UN) :

6c + 7d + 8u

7d + 8u + 6c

5c + 8u + 17d

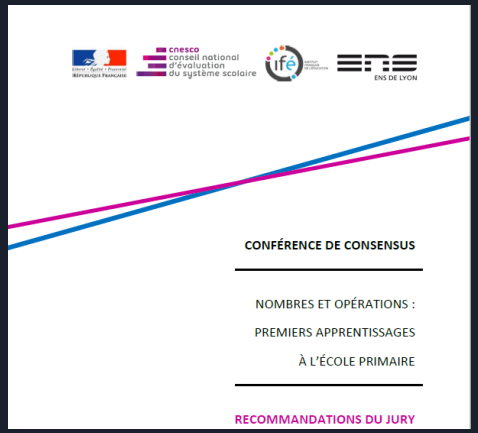
Décompositions canoniques : le nombre d'unités de chaque ordre est inférieur ou égal à 9

Décomposition non canonique

- L'ordre des UN ou la nécessité de convertir certaines UN a une influence sur la réussite d'exercices de type traduction d'une écriture en UN en écriture chiffrée (EC) (Mounier, 2015)

Traductions d'une écriture en unités de numération en écriture chiffrée	1c + 9d + 3u = …	91%
	8d + 2c +5u = …	78%
	6c + 9u = …	65%
	5c +12d +3u = …	39%

CONFERENCE DE CONSENSUS 2015

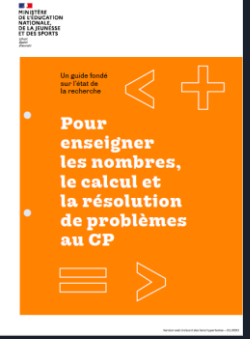

CONFÉRENCE DE CONSENSUS

NOMBRES ET OPÉRATIONS :
PREMIERS APPRENTISSAGES
À L'ÉCOLE PRIMAIRE

RECOMMANDATIONS DU JURY

R7 - Lors de l'apprentissage des mots désignant les nombres, il importe de les associer à différentes représentations.

R10 - L'enseignant doit être attentif au fait que des compétences langagières et visuo-spatiales déficientes peuvent entraver l'acquisition des compétences numériques et des opérations sur les nombres. Varier les situations mathématiques et les modes de représentation du nombre permet de prendre en compte la variété des compétences et des styles cognitifs des élèves.



Les unités de numération

Une fois la numération écrite chiffrée construite, elles permettent de travailler l'aspect positionnel ou/et l'aspect décimal, par exemple en demandant d'écrire en chiffres les nombres suivants :

— 5 dizaines 6 unités (ni l'aspect positionnel, ni l'aspect décimal ne sont travaillés) ;

— 6 unités 5 dizaines (qui met en jeu l'aspect positionnel) ;

— 4 dizaines 16 unités (qui met en jeu l'aspect décimal) ;

— 16 unités 4 dizaines (qui met en jeu l'aspect positionnel et l'aspect décimal).

Ce travail est d'abord fait avec des collections organisées manipulables (cf. le matériel de numération, chapitre 4), puis les collections servent uniquement à valider la réponse.

VARIER LES DÉSIGNATIONS ET LES FAIRE COEXISTER

d dizaine	u unité
4	2

42

quarante-deux

quatre fois dix plus deux

4 d + 2u

42 u + 0d

4 dizaines et 2 unités

2 unités et 4 dizaines

3 dizaines et 12 unités

42 unités

40+2

4x10+2

10+10+10+10+1+1

Le nombre d'unités est 42.
Le chiffre des unités est 2, le chiffre des dizaines est 4.

Circonscription de Thann, janvier 2020

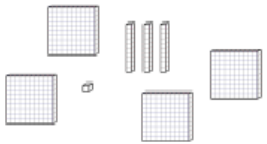
LA COLLECTION DU JOUR

Accueil Numération du CE2 à la 6eme : ressources pour les enseignants (free.fr)

fruit d'une coopération entre un chercheur, Frédérick Tempier et des enseignants de Charente depuis 2009

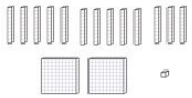
VARIABLES DIDACTIQUES: unité cherchée (centaines dizaines, unités), matériel (bûchettes, cubes, enveloppes, monnaie,...), taille de la collection

Gestion de l'activité



Combien de dizaines de cubes ?
(je choisis de compter les dizaines)

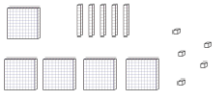
1. La collection est présentée, l'unité à dénombrer est indiquée
2. Les élèves cherchent et écrivent sur l'ardoise (au signal de l'enseignant)
3. Discussion des propositions (différencier les dizaines en tout et les dizaines toutes seules ici) et écriture de la justification par l'enseignant au tableau à partir de ce que disent les élèves (avec les unités et pas le dessin) comme par exemple :
   - 1C 1C 1C 1C 3D = 10D 10D 10D 10D 3D = 43D
   - 4C 3D = 40D 3D = 43D



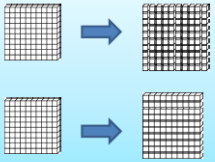
Combien de dizaines de cubes ?

Combien de bûchettes ?

Activité inverse : retrouver l'unité



J'en ai 5 en tout.
Qu'est-ce que je compte ?



Exercer la vigilance :
- 5 unités ? non car il y a des unités dans les dizaines et les centaines.
-5 dizaines ? non car il y a des dizaines dans les centaines.
-5 centaines ? oui ! Car dans les dizaines et les unités il n'y a pas de centaines.

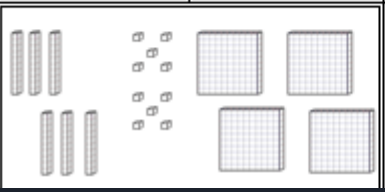
CARTES DE NUMERATION

CARTES DE NUMERATION CP / CE1

CARTES DE NUMERATION CE1 / CE2

CARTES DE NUMERATION CE2

285	**2c 8d 5u**	**8d 2c 5u**	**1c 18d 5u**
(2x100) + (8x10) + 5	**28d 5u**	**285 unités**	**50 + 50 + 50 + 50 + 80 + 5**
		2 0 0 ° 8 0 ° 5 °	

470	**4c 7d**	**7d 4c**	**4c 6d 10u**
(4x100) + (7x10)	**47 dizaines**	**2c 25d 20u**	**400 + 50 + 20**
		7 0 ° 4 0 0 °	

n cycle 2 : CP/CE1, CE1/CE2,

5 à 24 - permettant aux élèves
nt différentes désignations d'un
atiques.

plastifiées ou bien imprimées
dicieux de les classer en les
ent, une lettre au verso vous

[Retour à l'école / Ressources RMC 68 (padlet.com)]

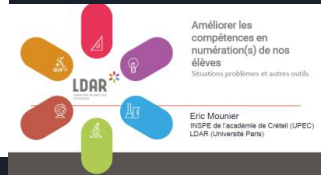
FAIRE LE LIEN ENTRE LES DEUX SYSTEMES DE NUMERATION via une file numérique adaptée

Comment écrire soixante douze ?

Comment dire 72 ?

FAIRE LE LIEN ENTRE LES DEUX SYSTEMES DE NUMERATION via une file numérique adaptée

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	Cent



FAIRE LE LIEN ENTRE LES DEUX SYSTEMES DE NUMERATION sans file numérique

7 dizaines 2 unités

Formulation en termes de dizaines et d'unités restantes.

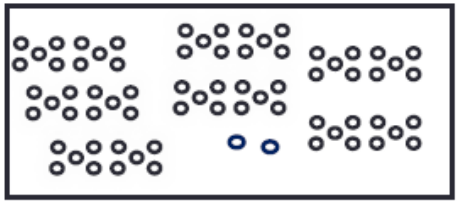
« 72 »
Numération écrite chiffrée

Principes : organisation et codage.

« ??? »
Numération orale

Principes : énumération « un à un » ou/et « dix à dix » et comptine (structurée en dizaines et vingtaines).

Matérialisation avec du matériel de numération ou avec des dessins



Enseignement du calcul : un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux éléments de mathématiques à l'école primaire

NOR : MENE1809042N
note de service n° 2018-051 du 25-4-2018
MEN - DGESCO A1

À l'école maternelle

Très tôt, l'enfant manifeste des compétences relatives aux quantités et à leur expression par des nombres (1). La capacité à dénombrer et l'acquisition de la suite orale des nombres sont complémentaires.
À leur arrivée en maternelle, les élèves distinguent en général les très petites quantités (un, deux ou trois), mais le sens qu'ils ont de la cardinalité est encore intuitif. Pour cela, des activités qui ont spécifiquement pour but la construction de l'aspect cardinal des nombres sont proposées quotidiennement dès la petite section de maternelle.
Des jeux (par groupes de deux ou trois) ou la résolution de petits problèmes dont l'énoncé est oralisé par le maître en s'appuyant sur un support toujours concret et tangible, sont proposés : aller chercher une quantité donnée d'objets, aller chercher le nombre nécessaire d'objets pour compléter une boîte dont le nombre de cases est donné ou connu (*j'en veux 6 et pour l'instant j'en ai 2, il m'en manque donc 4*), déterminer le résultat d'un ajout fait derrière un écran noir (*j'en avais 4, j'en rajoute 2, combien en ai-je maintenant ?*), etc.
À travers ces jeux ou problèmes qui amènent des décompositions et recompositions, les élèves mettent en œuvre le processus d'itération de l'unité (9 c'est 8+1) qui donne du sens à la relation d'ordre entre les nombres (8 c'est plus petit que 9, ou 8 c'est moins que 9) et contribue à construire l'aspect ordinal des nombres.
Toutes les occasions doivent être saisies (ou provoquées) afin de faciliter la mémorisation de la suite orale, qui doit être connue jusqu'à 30 en fin de grande section. La récitation collective comme les récitations individuelles doivent être encouragées. La mémorisation de comptines (« *un, deux, trois, j'irai dans les bois ; quatre, cinq, six...* ») peut y contribuer.
D'autres activités, comme le repérage de la date sur un calendrier, permettent de se familiariser avec cette suite de nombres jusqu'à 30 et son écriture en chiffres. Mais à la maternelle, la suite des nombres est une simple liste ordonnée : le principe fondamental de la numération décimale de position n'apparaît pas encore à l'élève de grande section, qui ne perçoit pas que le nombre qui se lit « douze » s'écrit 12 car il est égal à 1x10+2x1.
Parallèlement à la découverte des nombres écrits dans les activités ordinaires de la vie de la classe ou dans les jeux, l'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres.

Les élèves consolident leur compréhension des nombres entiers, déjà rencontrés au cycle 1. Ils étudient différentes manières de désigner les nombres, notamment leurs écritures en chiffres, leurs noms à l'oral, les compositions-décompositions fondées sur les propriétés numériques (le double de, la moitié de, etc.), ainsi que les décompositions en unités de numération (unités, dizaines, etc.).

Nombres et calculs

La connaissance des nombres entiers et du calcul est un objectif majeur du cycle 2. Elle se développe en appui sur les quantités et les grandeurs, en travaillant selon plusieurs axes.

Des résolutions de problèmes contextualisés : dénombrer des collections, mesurer des grandeurs, repérer un rang dans une liste, prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs (les comparer, les réunir, les augmenter, les diminuer, les partager en parts égales ou inégales, chercher combien de fois l'une est comprise dans l'autre, etc.). Ces actions portent sur des objets tout d'abord matériels puis évoqués à l'oral ou à l'écrit ; le travail de recherche et de modélisation sur ces problèmes permet d'introduire progressivement les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division).

L'étude de relations internes aux nombres : comprendre que le successeur d'un nombre entier c'est « ce nombre plus un », décomposer/recomposer les nombres additivement, multiplicativement, en utilisant les unités de numération (dizaines, centaines, milliers), changer d'unités de numération de référence, comparer, ranger, itérer une suite (+1, +10, +n), etc.

L'étude des différentes désignations orales et/ou écrites : nom du nombre ; écriture usuelle en chiffres (numération décimale de position) ; *double* de, *moitié* de, *somme* de, *produit* de ; *différence* de, *quotient* et *reste de* ; écritures en ligne additives/soustractives, multiplicatives, mixtes, en unités de numération, etc.

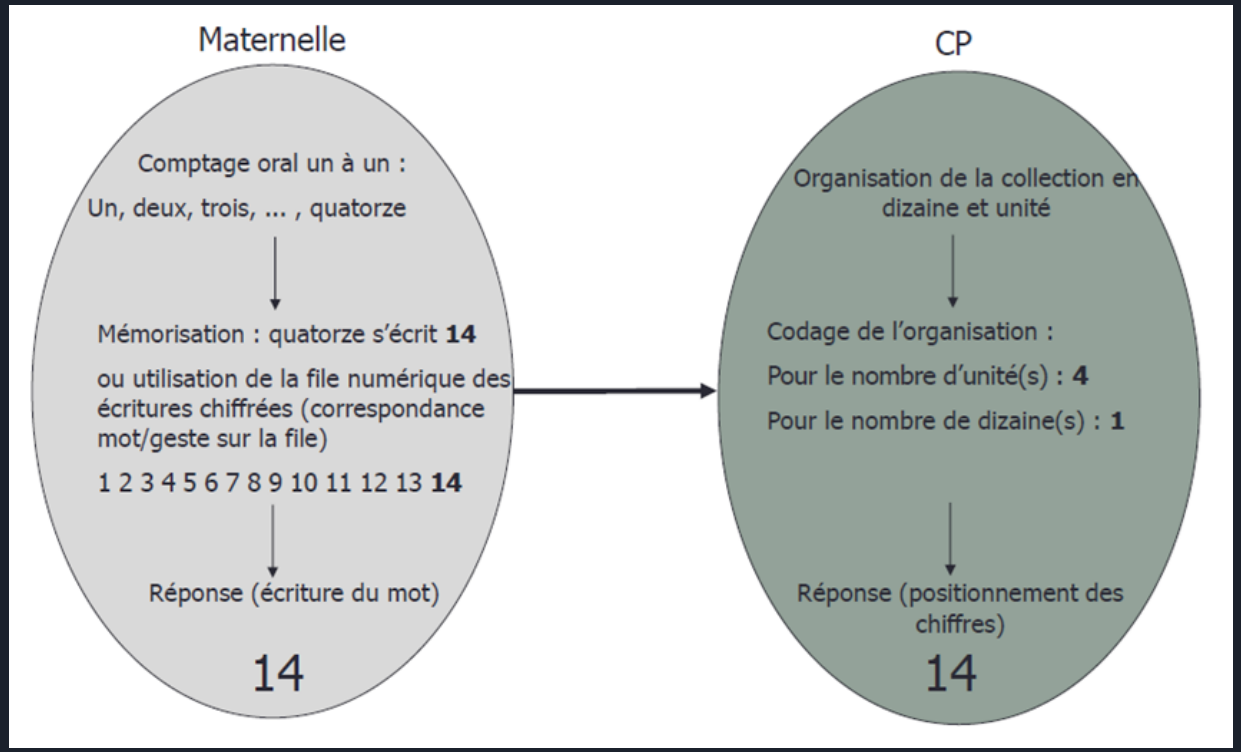
L'appropriation de stratégies de calcul adaptées aux nombres et aux opérations en jeu. Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés (répertoires additif et multiplicatif, connaissance des unités de numération et de leurs relations, etc.) et sur celle des propriétés des opérations et de la numération. Le calcul mental est essentiel dans la vie quotidienne où il est souvent nécessaire de parvenir rapidement à un ordre de grandeur du résultat d'une opération, ou de vérifier un prix, etc.

Une bonne connaissance des nombres inférieurs à mille et de leurs relations est le fondement de la compréhension des nombres entiers et ce champ numérique est privilégié pour la construction de stratégies de calcul et la résolution des premiers problèmes arithmétiques.

Programme pour le cycle 2

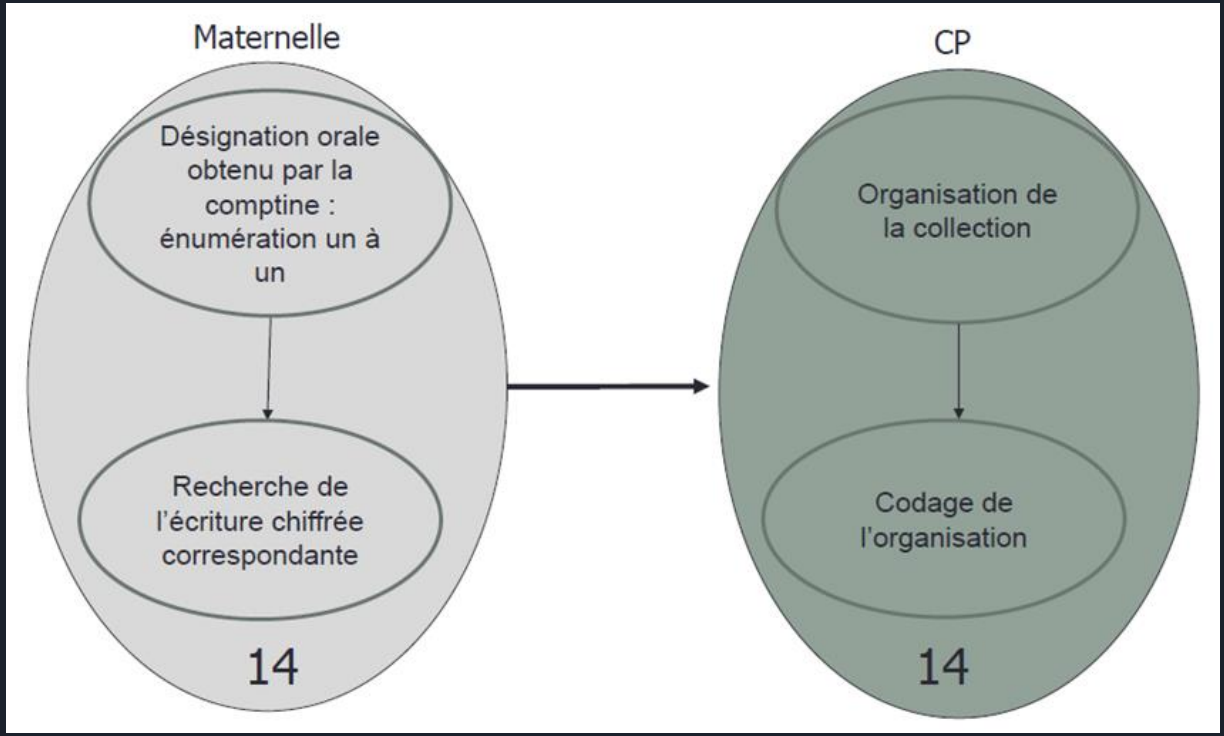
http://www.circ-ien-thann.ac-strasbourg.fr/ien/wp-content/uploads/2018/12/C2.pdf

Quelle évolution du cycle 1 au cycle 2 ?



Mounier, E.: "*La numération parlée et la numération écrite chiffrée*", Conférence, Paris, novembre 2017

Quelle évolution du cycle 1 au cycle 2 ?



Mounier, E.: "*La numération parlée et la numération écrite chiffrée*", Conférence, Paris, novembre 2017

Bilan: enseigner la numération au cycle 2, c’est faire en sorte que les élèves soient capables de:

-•Dénombrer, constituer et comparer des collections en les organisant

-•Désigner le nombre d’éléments de diverses façons (écritures additives ou multiplicatives, écritures en unités de numération, écriture usuelle) ; et passer d’une représentation à l’autre, en particulier pour associer les noms des nombres à leurs écritures chiffrées

-•Comprendre l’aspect positionnel et l’aspect décimal des écritures chiffrées

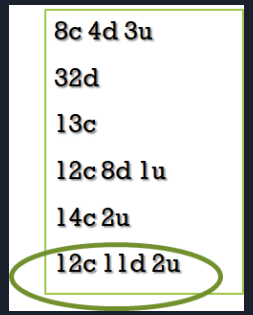
•-Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers

Des occasions ratées d’un travail sur les relations entre unités

En fin de CE1, découverte des nombres supérieurs à 1000
Problème (Cap Maths CE1): faire 2 153 perles en utilisant des paquets de 100, 10 et perles toutes seules.
Différentes propositions d’élèves à vérifier… dont 12 paquets de 100, 5 paquets de 10 et 3 perles toutes seules.
Comment fait-on pour calculer 12 x 100 ?
Difficultés des élèves.
La maîtresse: « le zéro qui est là, je l’ai remis là (pour la multiplication par 10) et les deux zéros qui sont là je les ai remis là ». Et elle repasse en rouge au fur et à mesure.
12 x 10 = 120 et 12 x 100 = 1 200

Frédérick TEMPIER

Des occasions ratées d’un travail sur les relations entre unités



Classe de CE2
Problème: recomposer les nombres suivants:
Des étiquettes 1, 10, 100 que les élèves peuvent déplacer sur leur table.
Les réponses des élèves: 1212, 1213, 12112
Comptage oral en unités simples: cent, deux-cents, trois cents, …, neuf-cents, mille, mille-cent, mille-deux-cents, mille-deux-cent-dix, …, mille-deux-cents-quatre-vingt-dix, mille-trois-cents…

Frédérick TEMPIER

Des occasions ratées d’un travail sur les relations entre unités

Classe de CE2
Problème: il faut trouver des décompositions différentes de 5 487.
Pour vérifier les propositions des élèves, l’enseignante trace un tableau de numération et écrit les nombres correspondant à chaque unité.
Par exemple, 4 M 23 C 8 D 7 U: l’enseignante écrit 4 au rang des milliers mais pour 23 elle écrit (sans rien dire) 2 au rang des milliers et 3 au rang des centaines. Puis lle ajoute les chiffres de chaque colonne.

M	C	D	U
4			
2	3		

Frédérick TEMPIER

La relation entre 23 centaines et 2 milliers 3 centaines est passée sous silence par le recours immédiat au tableau de numération, pris en charge par l’enseignante.

CONSOLIDER, REINVESTIR
Les problèmes

Entre le calcul “avec le nom des nombres” (calcul mental) et celui “avec les chiffres” (calcul posé)

Idriss a 5 billes, Elsa a 3 billes. Combien ont-ils de billes à eux deux ?

Valeurs des variables didactiques:

-25 billes et 3 billes

-24 billes et 67 billes

-30 billes et 20 billes

- 4 dizaines de billes et 49 billes

MANUELS ET FICHIERS

CONFÉRENCE DE CONSENSUS

NOMBRES ET OPÉRATIONS :
PREMIERS APPRENTISSAGES
À L'ÉCOLE PRIMAIRE

DOSSIER DE SYNTHÈSE

Novembre 2015

1) Une profusion de manuels, parfois sans auteur spécialiste de la didactique des mathématiques
2) Un espace très variable accordé aux nombres

En CE2, la place accordée au domaine « Nombres et calculs » peut varier de 37 % du total de la pagination à 67 % selon le manuel scolaire choisi.

Selon les manuels, les notions ne sont pas abordées au même moment de l'année.

1) Le rôle central du cahier d'exercices

En l'utilisant, les élèves sont contraints d'entrer les réponses dans un format unique, dans un espace souvent très limité qui réserve peu de place pour la recherche et des essais de différentes procédures.

1) Les manuels impriment un rythme uniforme à l'enseignement.

Le manuel du maître est décliné en périodes d'enseignement. On lui précise le nombre de séances à consacrer à chaque notion, sans toujours tenir compte des différences entre élèves. Certains manuels sont organisés jour par jour.

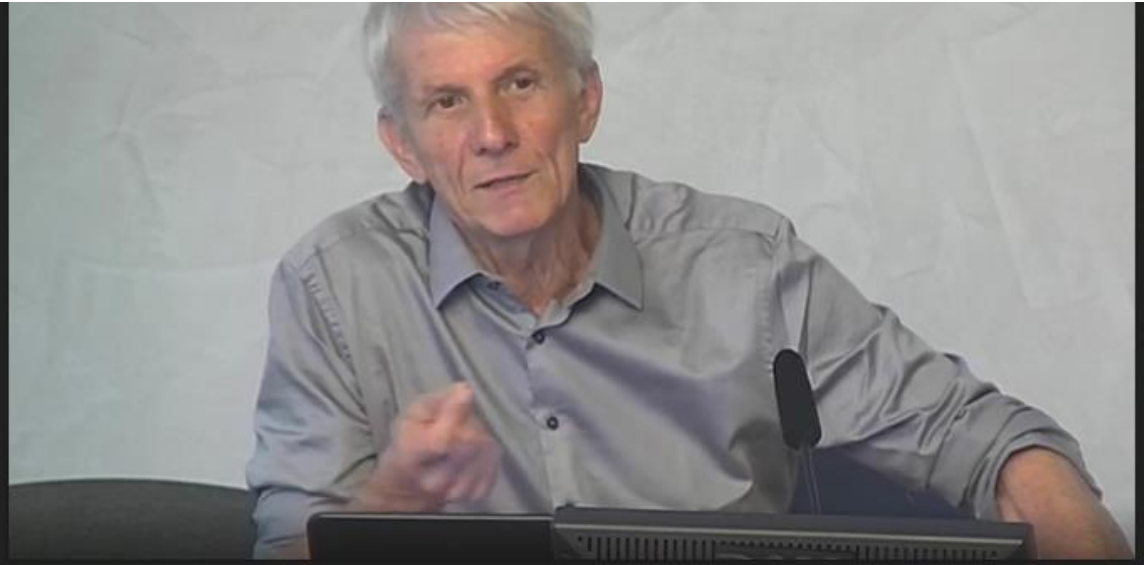
Les manuels donnent le rythme de l'enseignement pour le professeur, mais ne répondent pas toujours aux rythmes d'apprentissage des élèves.

> *"L'unité de référence des manuels est l'année scolaire et non le cycle."*
> Maryvonne Priolet, maître de conférences à l'Université de Reims Champagne-Ardenne

Des pratiques de classe, des outils et supports

MANIPULATION ACTIVE OU PASSIVE ?

un formalisme prématuré nuit à la compréhension des nombres ; le recours à la manipulation et à l'expérimentation ne concerne pas seulement l'école maternelle, mais doit s'étendre à l'école élémentaire ;



5'17 – 11'37 ''

http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/mathematiques-en-education-prioritaire/manipulation-nombres-decimaux-aux-cycles-1-2-et-3-1/place-et-role-de-la-manipulation-dans-la-construction-du-nombre-et-la-resolution-de-problemes-aux-cycle-1-2-et-3/manipuler-au-service-des-apprentissages

Appropriation	*Temps 1*	*Temps 2*	*Temps 3*
Matériel disponible et jetons visibles.	**Blocage de la manipulation, utilisation d'outils.**	**Blocage de la manipulation, limitation des outils.**	**Absence de manipulation et d'outils.**
Procédures de dénombrement élémentaire.	Procédures de dénombrement élémentaire.	Procédures de dénombrement s'appuyant sur des représentations symboliques.	Procédures relevant du calcul.

Le retour au matériel permet la validation des procédures.

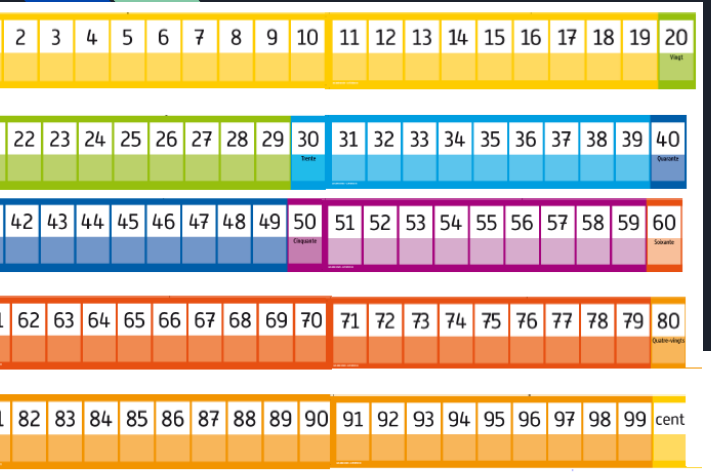
Processus d'ABSTRACTION

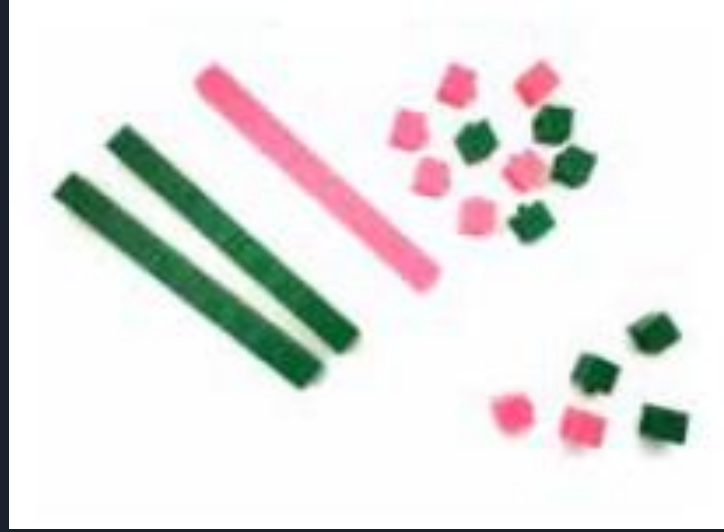
- L'utilisation de matériel doit être régulière et constante sur une longue période. Le matériel doit être le plus transparent possible, il ne doit pas ressembler à des objets de la vie courante et le lien qui le lie avec le concept qu'il représente doit être explicité par l'enseignant.

- Les cubes emboîtables sécables, la frise numérique ainsi que le tableau des nombres sont considérés comme des matériels incontournables devant être mis à la disposition de chaque élève pour qu'il les utilise de façon individuelle.

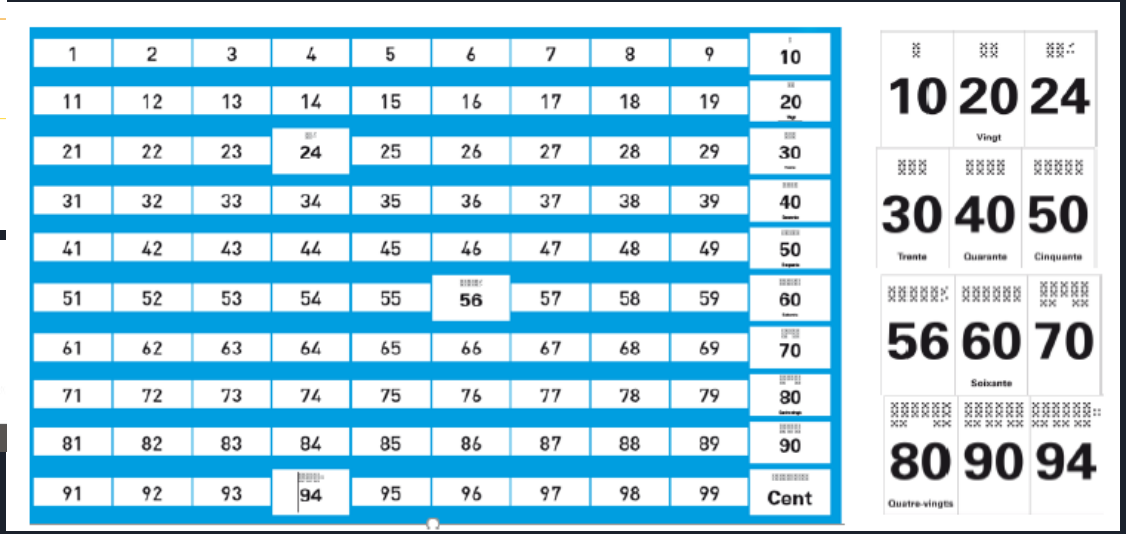
- D'autres matériels, comme des compteurs, du matériel multibase, de la monnaie ou encore des tableaux de numération peuvent aussi être proposés aux élèves, en complément des matériels cités précédemment.

INCONTOURNABLES

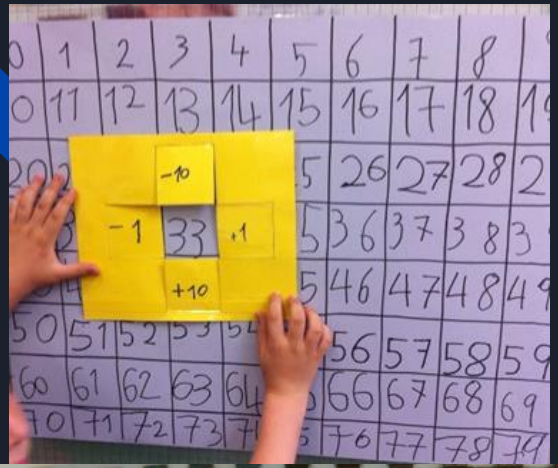


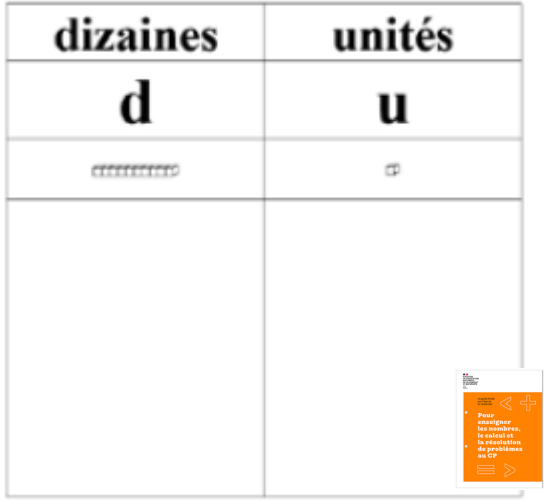


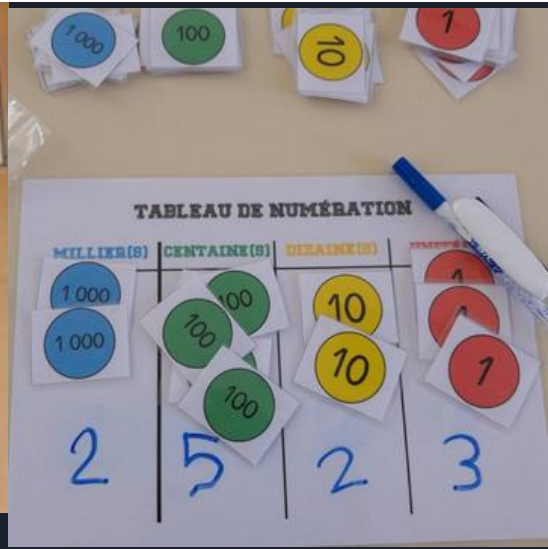
numérique affichable sur les murs de la classe, plusieurs mètres de long



INCONTOURNABLES



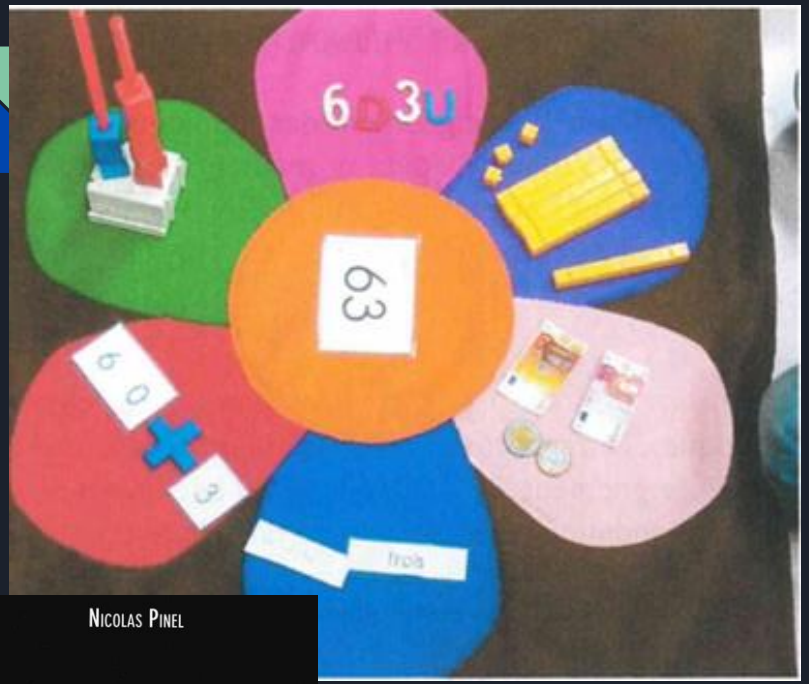


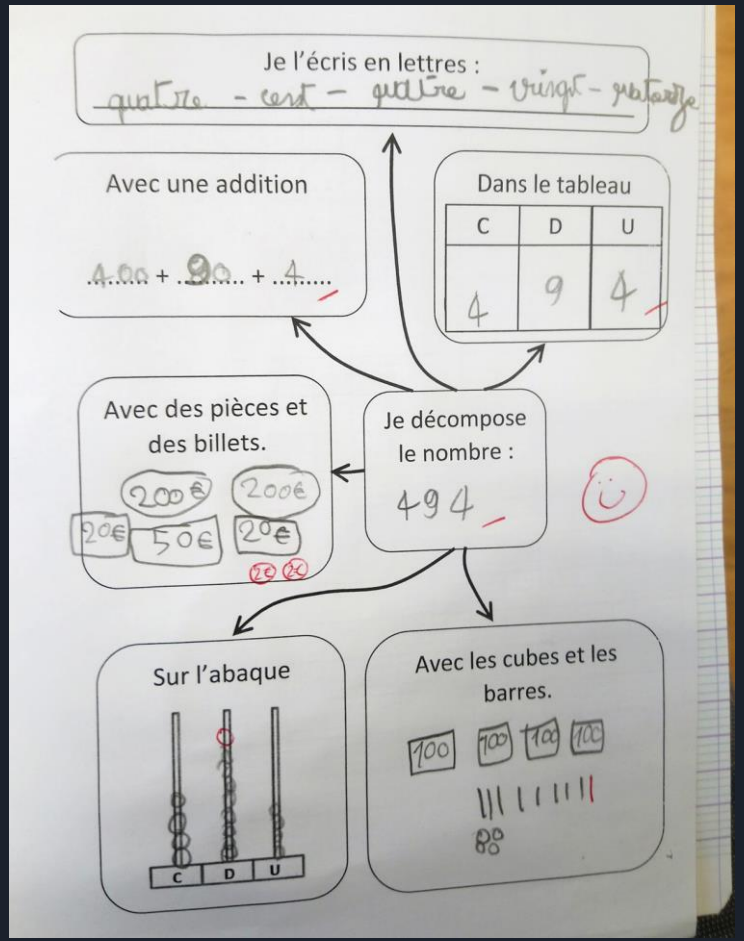


Nicolas Pinel

La Méthode Heuristique de Mathématiques

Enseigner les mathématiques autrement à l'école



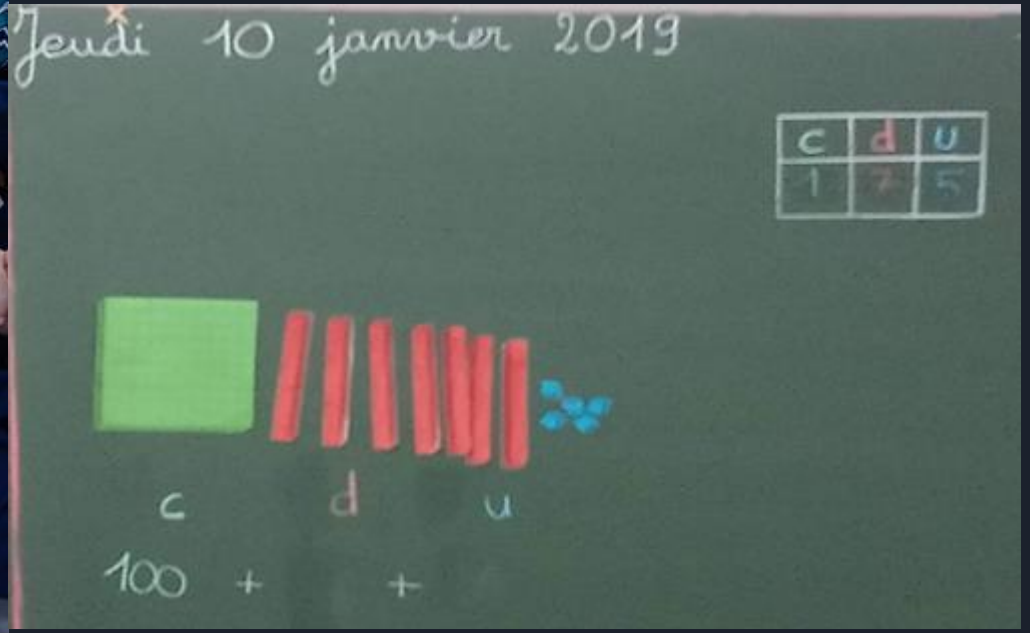


NICOLAS PINEL

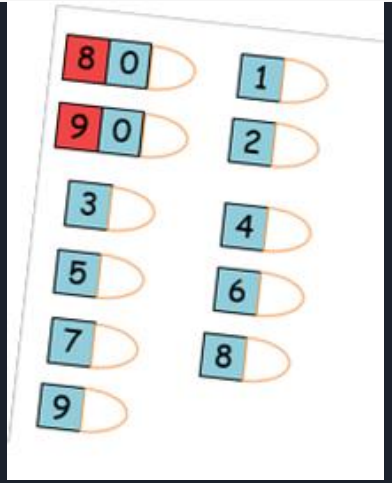
LA MÉTHODE HEURISTIQUE DE MATHÉMATIQUES

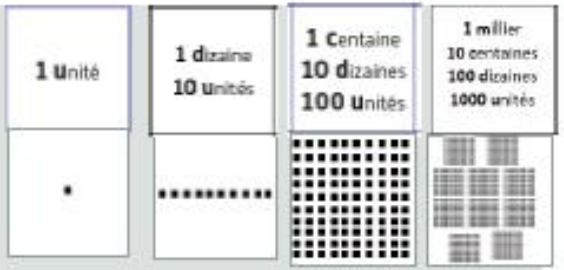
Enseigner les mathématiques autrement à l'école

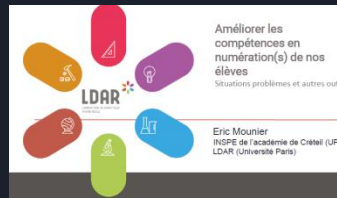
LUCAS


Jeudi 10 janvier 2019
c d u
1 7 5
c d u
100 + +

100
200
300
400
500
600
700
800
900
10
20
30
40
50
60
70


80
90
1
2
3
4
5
6
7
8
9

Unités assemblables d, u	Unités solidaires c, d, u recto/verso	Etiquettes m, c, d u recto/verso
		



Travailler en équipe et programmer dans la durée

R2 - La continuité et la cohérence de l'enseignement des mathématiques au travers des années, des cycles et des degrés doivent permettre aux élèves de construire des savoirs et savoir-faire qui s'enchaînent et s'intègrent harmonieusement tout au long de leur cursus d'apprentissage.

Les progressions pour les périodes 1 et 2

Les deux systèmes de numération : périodes 1 et 2

Les enseignements « Explorer les "petits" nombres en utilisant le système de numération oral » et « Construire le système de numération écrit chiffré » sont à mener de front dès le tout début d'année en s'appuyant sur les acquis de l'école maternelle.

EXPLORER LES « PETITS » NOMBRES EN UTILISANT LE SYSTÈME DE NUMÉRATION ORAL

— Renforcement des connaissances de la grande comptine de un à dix-neuf et de la petite comptine de un à neuf pour construire une frise numérique structurée au moins jusqu'à trente.

Si le premier type d'itinéraire d'enseignement est emprunté par la suite (cf. le second temps ci-après : « Construire le système de numération écrit chiffré » et le chapitre 1), il est possible d'aller au-delà de trente pour cette comptine, afin d'avoir la possibilité d'introduire les écritures chiffrées pour ces nombres à partir de leur nom. Si le second itinéraire est emprunté, il faut se limiter à trente-et-un.

— Usages sociaux tels que la date.
— Dénombrement, estimation et comparaison de petites collections (jusqu'à vingt).
— Comparaison de nombres selon leur nom (ordre d'arrivée dans la comptine) – au moins jusqu'à trente.
— Calcul mental (jusqu'à vingt) : techniques et explicitation, lien avec les problèmes arithmétiques.

CONSTRUIRE LE SYSTÈME DE NUMÉRATION ÉCRIT CHIFFRÉ

— 1er temps : la dizaine
  – Travail sur la dizaine

Ce travail est nécessaire quel que soit l'itinéraire d'enseignement adopté par la suite dans le second temps.

— 2d temps : construction du système de numération écrit chiffré
  – Compréhension/construction des écritures chiffrées en termes de dizaines et unités, via des comparaisons, dénombrements et estimations de collections.

Les progressions pour les périodes 3 à 5

Les deux systèmes de numération : périodes 3 à 5

Les enseignements « Explorer les nombres en utilisant le système de numération oral » et « Explorer les nombres en utilisant le système de numération écrit chiffré » sont à mener de front durant les périodes 3 à 5. L'enseignement « Liens et dialogue entre les deux systèmes de numération » se fait au fur et à mesure de la découverte de la comptine numérique.

EXPLORER LES NOMBRES EN UTILISANT LE SYSTÈME DE NUMÉRATION ORAL

— Reprise et poursuite de la structure de la comptine numérique en petite comptine de un à neuf et grande comptine de un à dix-neuf pour construire une frise numérique structurée (progressivement jusqu'à cent).
— Comptine de dix en dix (dix, vingt, etc.).
— Rencontre de l'écriture littérale en français des noms des nombres (progressivement jusqu'à cent).
— Dénombrement (procédure « nom du nombre »), estimation et comparaison de quantités (progressivement jusqu'à cent).
— Comparaison, ordre et encadrement de nombres selo dans la comptine) – progressivement jusqu'à cent.
— Calcul mental (jusqu'à vingt puis au-delà) : technique les problèmes arithmétiques.

EXPLORER LES NOMBRES EN UTILISANT LE SYSTÈME DE NUMÉRATION ÉCRIT CHIFFRÉ

Si ce n'est pas encore fait, poursuivre jusqu'à 100 la con écrite chiffrée durant la période 3.

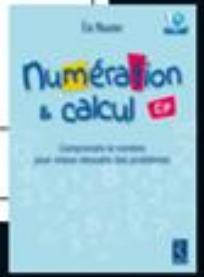
— Dénombrement (procédure « écriture chiffrée »), estimation et comparaison de quantités (jusqu'à 100).
— Travail de l'aspect positionnel et de l'aspect décimal en utilisant des collections partiellement organisées en dizaines.
— Exercices avec les unités de numération (jusqu'à 100).
— Comparaison, ordre et encadrement de nombres (utilisation de la signification des chiffres) – jusqu'à 100.
— Addition posée et initiation au calcul de la soustraction (jusqu'à 100) : techniques et justification, lien avec les problèmes arithmétiques.

LIENS ET DIALOGUE ENTRE LES DEUX SYSTÈMES DE NUMÉRATION

— Lire et écrire les nombres (jusqu'à 100).
— Dénombrement, estimation et comparaison de quantités (jusqu'à 100) : deux procédures à enseigner, l'une privilégiant la numération orale (procédure « nom du nombre »), l'autre la numération écrite chiffrée (procédure « écriture chiffrée »).
— Calcul mental, en ligne et posé.
— Comparaison, ordre et encadrement de nombres (jusqu'à 100).
— Repérage d'un rang ou d'une position (jusqu'à 100).
— Problèmes arithmétiques (jusqu'à 100).

EXEMPLE DE PROGRAMMATION AU CP
(E. MOUNIER)

	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Numération orale Comptine	→ *19* Grande comptine de un à dix-neuf	→ *29* Petite comptine de un à neuf	→ *59* Petite comptine de un à neuf	→ *79* Grande comptine de un à dix-neuf	→ *100* Grande comptine de un à dix-neuf
Numération écrite chiffrée Comparaison de collections	→ *10* - Groupements par 5 - Nécessité de la dizaine pour organiser des collections afin de les comparer	→ *99* - Groupements par 10 - Compréhension du fonctionnement du système positionnel des écritures chiffrées			
Numération écrite chiffrée Ecriture chiffrée	***Séances préparatoires aux écritures chiffrées*** Codage commun ne correspondant pas aux écritures chiffrées		***Ecritures chiffrées des nombres de 1 à 99***		
Lien entre les deux numérations Association des désignations écrites chiffrées des nombres aux désignations orales	***Aucune association***		→ *59*	→ *79*	→ *99*
Problèmes et calculs	→ *10*		→ *20*	→ *60*	→ *99*



Circonscription de Thann, janvier 2020

AUTRE EXEMPLE DE PROGRAMMATION AU CP (S. BARUK)

- **Etape 1 :**

5 semaines de 1 à 9 : donner du sens à la quantité (nombres de), représentations diverses (constellations, monstrations etc.), décompositions additives, comparaison

Commencer à aborder les 30 – sens – Représentation (Ex : 37, 32 puis 30

- **Etape 2 :**

Les nombres à 2 chiffres : 37 puis tous les « 30 » en finissant par 30 (le « 0 » = le chiffre du silence.

- **Etape 3**

Les nombres en « ante » : 30,40,50,60

Groupements (aller sur de grandes quantités pour comprendre que l'on gagne du temps à faire de grands groupements (10…)

- **Etape 4 :**

Aborder les nombres de la vingtaine (de 29 à 20)

- **Etape 5**

Aller de 20 vers 10 : 19, 18, 17 (entendre le « 1 » qui dit « dix ») puis 10 et enfin les cachotiers (de 11 à 16 : « -ze » comme le « 10 » qui est passé de l'autre côté)

- **Etape 6**

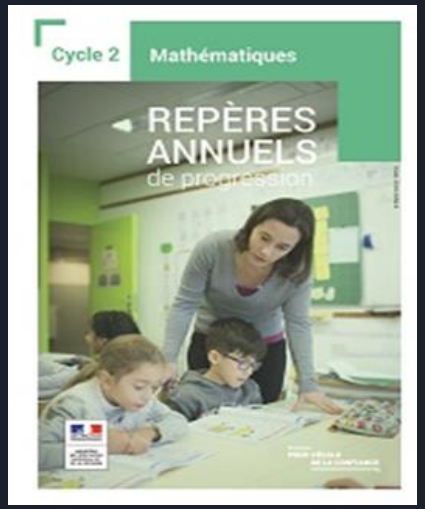
70,80,90

Groupements – échanges (abstraction)

- **Etape 7**

Rebrassage et centaine

Attendus de fin d’année et repères annuels de progression



https://echanges.ac-strasbourg.fr/oc/index.php/s/IrJ9WpVxhICN0sH
http://www.circ-ien-thann.ac-strasbourg.fr/ien/mathematiques/

REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION POUR LE CYCLE 2

NOMBRES ET CALCULS

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progression identifiés pour chaque niveau

Nombres

CP	CE1	CE2
Dès le **début de l'année**, les élèves poursuivent le travail mené à l'école maternelle. Ils dénombrent des collections en utilisant les nombres entiers. Ils utilisent ces nombres pour comparer des collections et apprennent à les ordonner. Ils repèrent les nombres qui sont avant et après, le suivant et le précédent d'un nombre. Ils décomposent et recomposent quotidiennement des collections pour automatiser progressivement les relations entre les nombres, particulièrement avec les nombres 5, 10 et 20. Par exemple, 10, c'est 7 plus 3, mais aussi 9 plus 1. Dès la **période 2**, ils réalisent des groupements par 10. Ils s'exercent à échanger 10 unités pour une dizaine, et inversement. Le travail de groupements par 10 permet d'aborder rapidement les nombres supérieurs à 20 (jusqu'à 60 au moins) pour travailler sur les aspects positionnel et décimal de la numération écrite. Les nombres jusqu'à 100 sont introduits suffisamment tôt (en **période 4** au plus tard) pour pouvoir être maîtrisés à la fin du CP. Dès le **début de l'année**, les élèves étudient de façon systématique la numération décimale écrite en chiffres (dizaines, unités simples) pour les nombres jusqu'à 100. La désignation orale des nombres est démarrée **en période 3 :** *« 53, c'est 5 dizaines et 3 unités ; c'est (5 fois 10) et (3 fois 1) ».*	Dès le **début de l'année**, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des centaines. La connaissance des nombres jusqu'à 100 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental. Ils apprennent à multiplier par 10 pour mieux construire mentalement la numération décimale. Ils consolident (réduction du nombre d'erreurs) et optimisent (rapidité accrue du calcul) l'automatisation des relations entre les nombres, particulièrement avec les nombres 5, 10 et 20. Le travail d'automatisation des compléments à 10 se poursuit.	Dès le **début de l'année**, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des milliers. Parallèlement, la connaissance des nombres jusqu'à 1 000 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental. Ils consolident leur connaissance de la multiplication par 10 et apprennent à multiplier par 100.

Pour conclure

Enseigner deux systèmes de numération

Il existe deux systèmes de numération dont il convient d'enseigner les principes propres à chacun. Les mots et les chiffres sont les signes constitutifs de chacun d'entre eux. La forme écrite de l'oral « quarante-deux » n'est pas l'écriture chiffrée « 42 ».

Deux grands types d'itinéraires permettent d'enseigner les systèmes. En amont, la dizaine est à concevoir comme synonyme de « dix » et comme nouvelle unité de numération Deux procédures de dénombrement sont à enseigner de manière explicite: l'une permet d'obtenir le nom du nombre sans nécessité de connaître son écriture chiffrée, l'autre permet d'obtenir l'écriture chiffrée du nombre sans nécessité de connaître son nom.

Les unités de numération servent à désigner des quantités et permettent de travailler l'aspect décimal et l'aspect positionnel de la numération écrite chiffrée.

Les comparaisons de collections peuvent servir d'appui à la construction des deux systèmes de numération. Les connaissances sont réutilisées dans diverses activités : représenter, comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres ; calculer. Un « dialogue » peut s'instaurer entre des procédures utilisant les ressources de l'un ou de l'autre système.

MERCI POUR VOTRE ATTENTION