

Accompagnement didactique du programme de mathématiques au cycle 3

Quelles déclinaisons pédagogiques?



Circonscription de Thann, avril 2018

1

Objectifs de formation

- Renouveler ses pratiques pédagogiques en lien avec l'enseignement de la numération au cycle 3
 - Transposer les recommandations didactiques en pratiques pédagogiques

Entrées du
programme
et approche choisie

Nombres et calcul

Grandeurs et mesures

Espace et géométrie

- A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux
- B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.
- C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul

Entrées du programme et approche choisie

Nombres et calcul

Grandeurs et mesures

Espace et géométrie

- A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux
- B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.
- C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul

3 Programme

Quoi?

Le nouveau programme:
enjeux,
priorités et
points
d'attention

Entrées du programme et approche choisie

Nombres et calcul

Grandeurs et mesures

Espace et géométrie

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.

C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul



Entrées du programme et approche choisie

Nombres et calcul

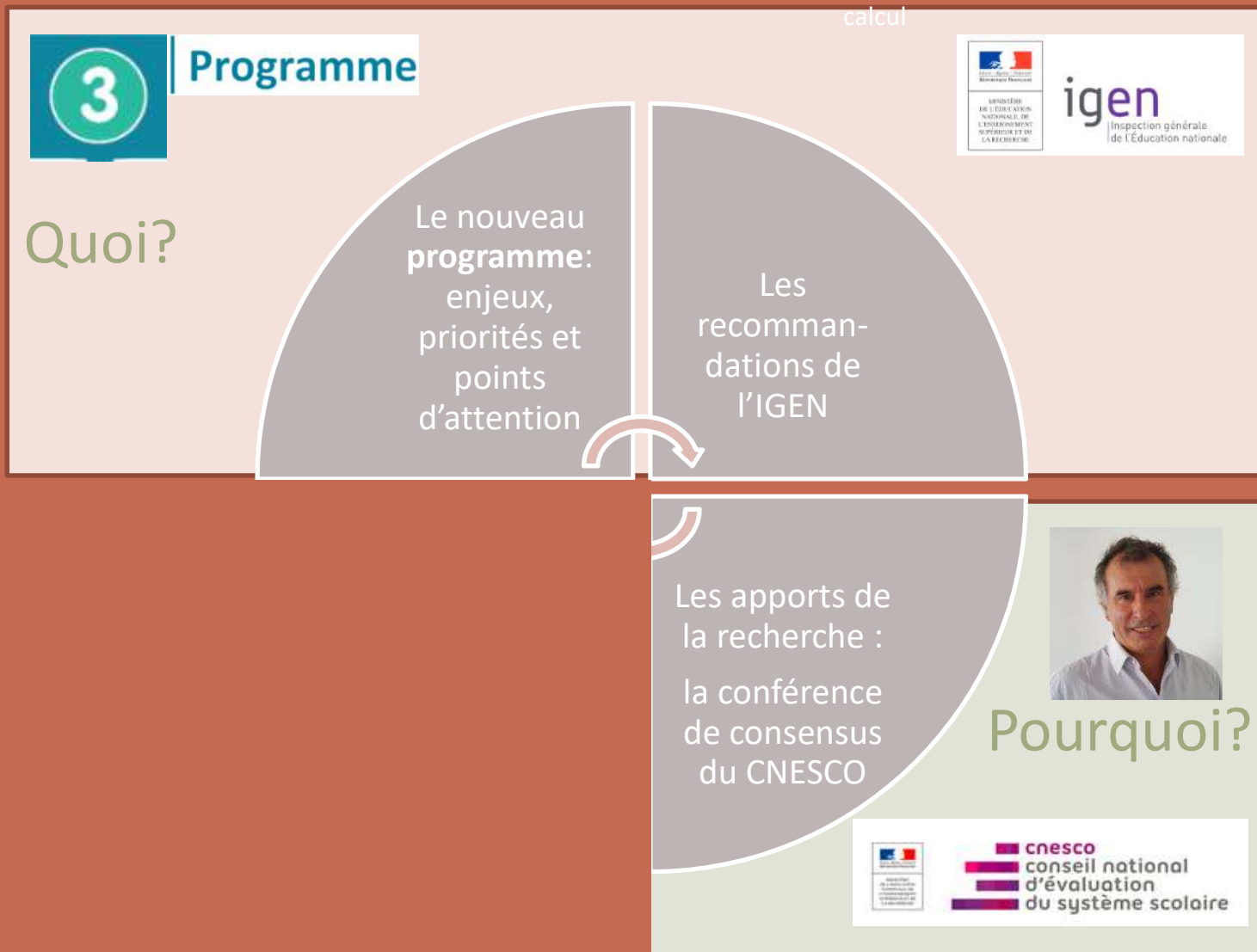
Grandeurs et mesures

Espace et géométrie

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.

C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul



Entrées du programme et approche choisie

Nombres et calcul

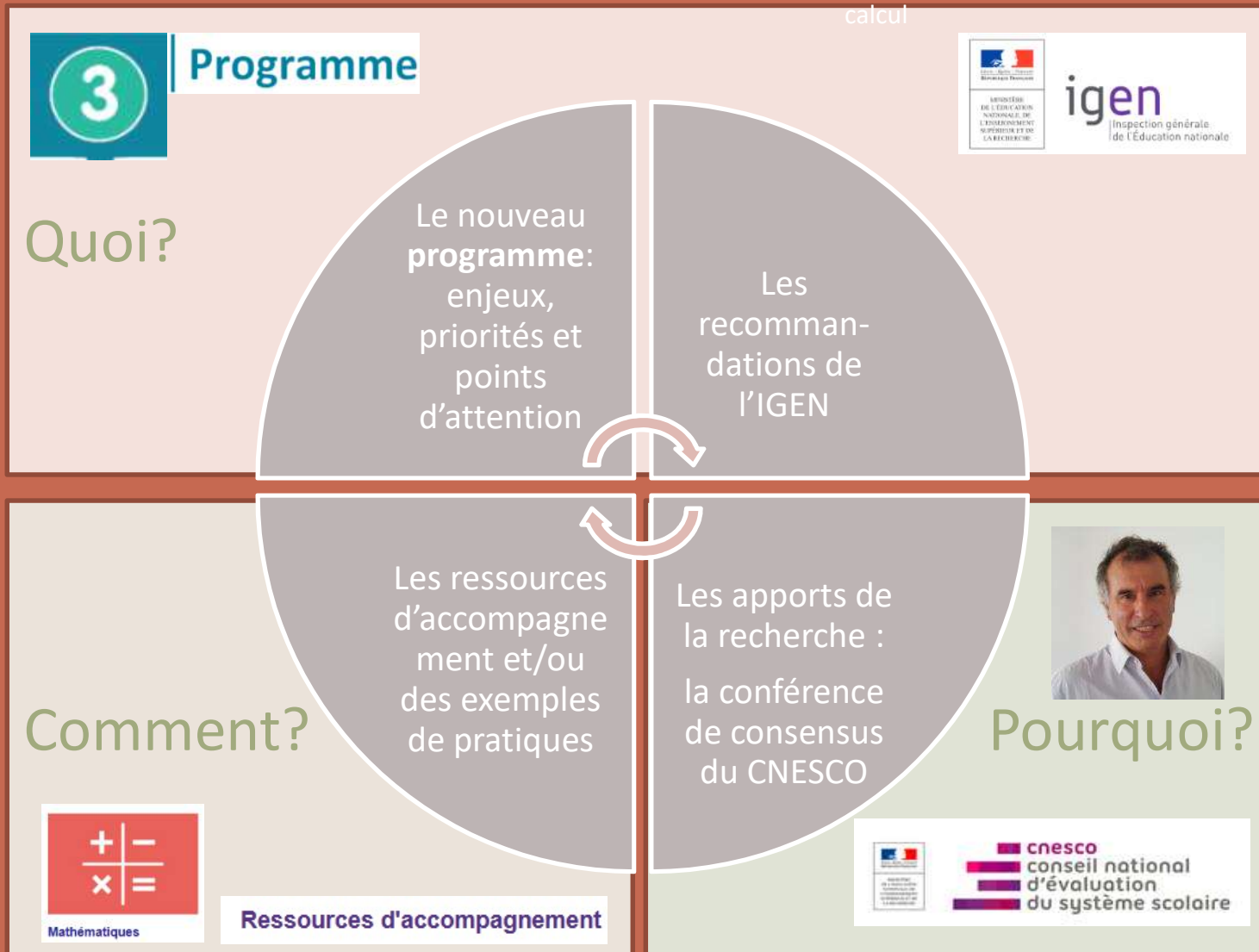
Grandeurs et mesures

Espace et géométrie

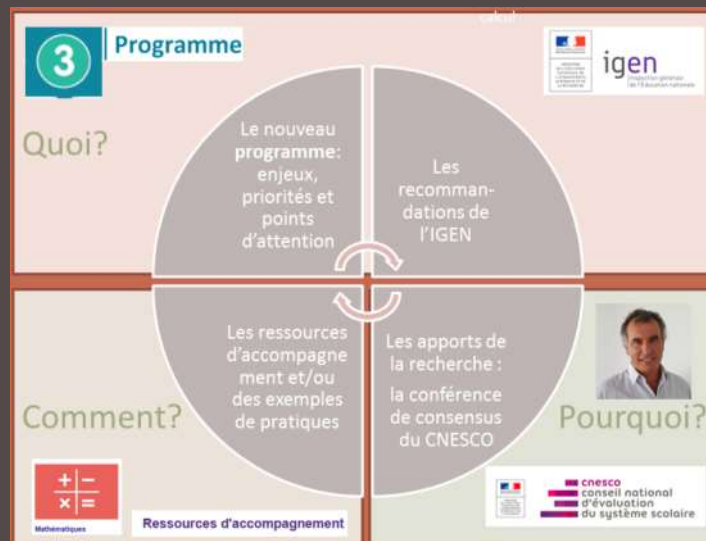
A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.

C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul



A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux



A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux



- **Axes de travail:**
- « **Les fractions puis les nombres décimaux** apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée. Le **lien à établir avec les connaissances acquises à propos des entiers** est essentiel. Avoir une bonne compréhension des relations entre les différentes unités de numération des entiers (unités, dizaines, centaines de chaque ordre) permet de les prolonger aux dixièmes, centièmes... Les caractéristiques communes entre le système de numération et le système métrique sont mises en évidence. **L'écriture à virgule** est présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales. Cela permet de mettre à jour la nature des nombres décimaux et de justifier les règles de comparaison (qui se différencient de celles mises en œuvre pour les entiers) et de calcul. »

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux



Nouveautés

- Importance soulignée de **la demi-droite graduée**, qui permet de construire des images mentales en lien avec la notion de longueur et d'instiller la notion de continuité.

Points de vigilance

- **Les nombres décimaux** sont introduits dès le début du cycle, à partir de leur écriture sous forme de fraction(s) décimale(s). L'écriture avec la virgule apparaît dans un second temps.

Par convention $17 + \frac{5}{10} + \frac{8}{100} + \frac{3}{1000}$ s'écrit 17,583.

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux



R9 - L'enseignement des nombres et des opérations nécessite de faire progressivement comprendre ce que sont les nombres et les opérations et à quelles questions ils permettent de répondre.

R10 - L'enseignant doit être attentif au fait que des compétences langagières et visuo-spatiales déficientes peuvent entraver l'acquisition des compétences numériques et des opérations sur les nombres. Varier les situations mathématiques et les modes de représentation du nombre permet de prendre en compte la variété des compétences et des styles cognitifs des élèves.

R11 - L'acquisition du système de numération décimale de position est fondamentale pour les apprentissages numériques.

R12 - L'étude des fractions précède celle des nombres décimaux, mais doit se limiter aux fractions simples (demi, tiers, quart...) et aux fractions décimales (dixièmes, centièmes...) dans le cas du fractionnement de l'unité.

R13 - Le système d'écriture des nombres décimaux est un prolongement de celui des nombres entiers. L'identification de cette continuité doit être présentée de manière explicite auprès des élèves, tout en attirant l'attention des élèves sur certaines adaptations nécessaires.

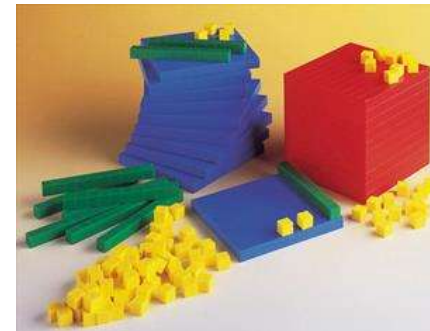
A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux



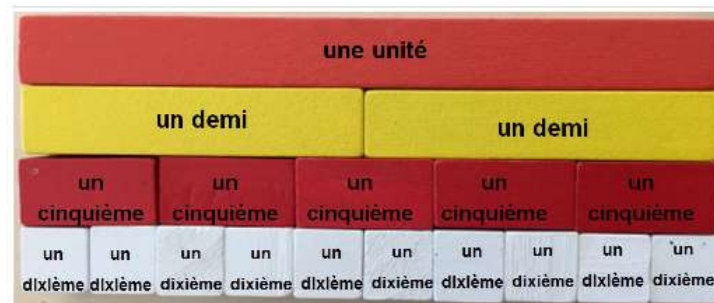
- **La ligne numérique comme outil d'évaluation de la représentation**
- Segment de droite avec 2 bornes:
 - 0-10 en GS
 - 0-100 au CP-CE1
 - 0-1000 et au-delà à partir du CE2
- **Précautions:**
 - Restreindre le temps de réflexion pour éviter des stratégies de recherche de moitiés, de quarts...
 - Attention à ne pas mettre en difficulté certains élèves (dyspraxiques visuo-spatiaux) avec ce type d'activités.
- **Intérêt pédagogique:**
 - Excellent indicateur du niveau de conceptualisation des nombres (Sur ce type d'exercices, les jeunes élèves ont tendance à surestimer les petites quantités et à sous-estimer les grandes quantités.)
 - Bon prédicteur des performances en arithmétique, en résolution de problèmes.
 - Bilan: un outil d'évaluation mais également un outil de travail

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux

- Une réflexion d'équipe d'école autour des matériels communs à mettre en place (*réglettes Cuisenaire, bouliers, abaques*)



- Intérêt:
 - Un matériel également utilisable pour introduire les additions et les soustractions.
 - Prévoir l'utilisation, dans une même école, d'un matériel commun au fil de la scolarisation.



A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux



Fractions et décimaux: **des connaissances à clarifier** (versant enseignant)



Fractions et décimaux

Une fraction n'est pas un nombre, mais une écriture d'un nombre parmi d'autres. (La moitié de 1 peut s'écrire $1/2$ ou $0,5$)

Plusieurs fractions (écritures fractionnaires) peuvent désigner le même nombre. ($1/2$, $2/4$, $5/10$, $12/24$)

- Un nombre décimal est un nombre dont une des écritures est une fraction ayant pour dénominateur une puissance de 10 ($728/100 \dots$ ou $7 + 28/100$)
- Une autre écriture d'un nombre décimal est « l'écriture à virgule », prolongement de l'écriture décimale des entiers à un « repérateur » près.
- La partie décimale d'un nombre décimal est un nombre inférieur à 1 ($7,28 = 7 + 0,28$).
- Un nombre entier est un nombre décimal.
- Certaines fractions ne sont pas des écritures de nombres décimaux : une écriture décimale du même nombre est illimitée ; on parle de nombre rationnel.
- Les écritures symboliques utilisant le trait de fraction et la virgule ne sont pas introduites *a priori*

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux

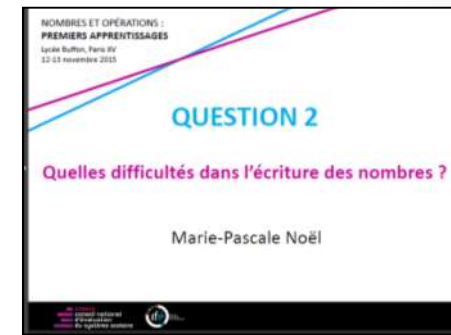


• Quelles difficultés dans l'écriture des nombres?

- Le système en base 10, positionnel, régit aussi les nombres décimaux
- difficulté dans cet apprentissage liée au biais des nombres naturels (Ni & Zhou, 2005)
 - Exple: $0,345$ jugé $> 0,67$
 - Quand grandeur relative du nombre rationnel est incongruente avec grandeur relative des « nombres naturels »:

20% de réponses correctes en CE2 et CM1

Exple: $0,09$ jugé $> 0,2$ (Desmet, Grégoire & Mussolin, 2010)

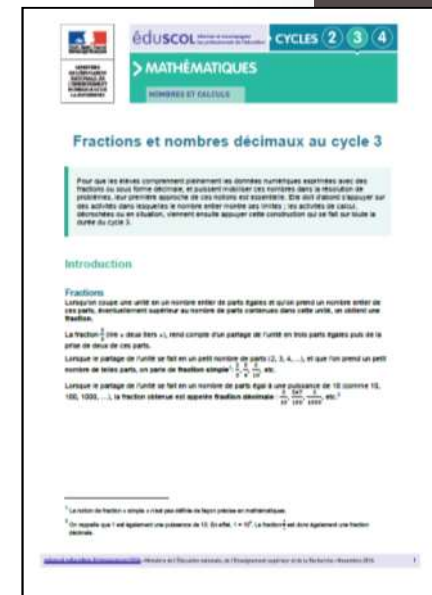


- Ajouter un 0 à la droite du nombre
 - Change la grandeur du nombre entier
 $35 \Rightarrow 350$
 - Ne modifie pas la valeur du nombre décimal
 $0,35 = 0,350$
- Le nom des unités considérées
 - Est implicite – non-dit pour les naturels
 $47 = 47$ unités
 - Doit être spécifié pour les décimaux
 $0,47$: 47 centièmes

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux

- **Des fractions simples aux nombres décimaux: une démarche progressive et concertée**

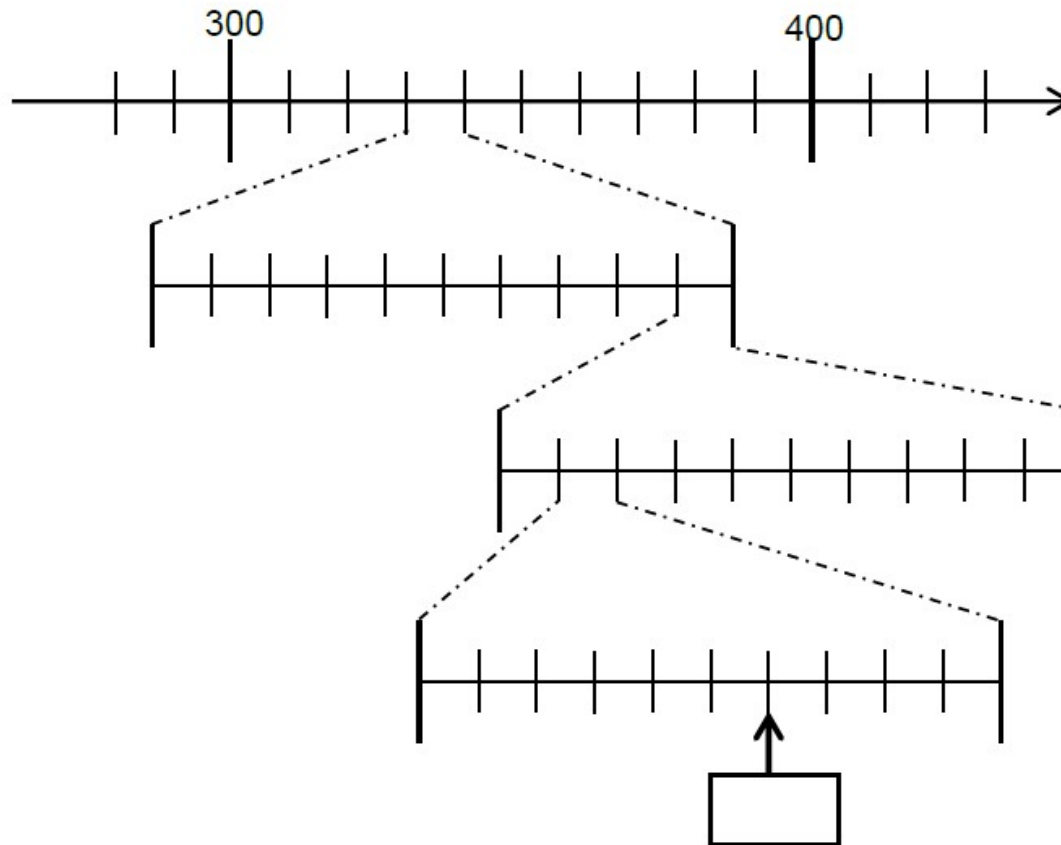
- 1. Découverte des fractions simples
- 2. L'écriture fractionnaire
- 3. Les fractions simples comme opérateurs
- 4. Repérage sur une demi-droite graduée
- 5. Liens entre les différentes unités de numération, manipulation de diverses écritures de nombres décimaux utilisant les fractions décimales, décompositions diverses
- 6. Comparaisons de nombres décimaux et demi-droite graduée
- 7. Calcul avec des fractions décimales (= écritures fractionnaires)
- 8. Introduction de l'écriture à virgule



http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Fractions_et_decimaux/60/1/RA16_C3_MAT_H_frac_dec_doc_maitre_V2_681601.pdf

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux

« Écrire le nombre qui convient dans le rectangle. »



Les ressources d'accompagnement et/ou des exemples de pratiques

Comment?

Mathématiques

Ressources d'accompagnement

éduscol

CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

NOMBRES ET CALCUL

Fractions et nombres décimaux au cycle 3

Pour que les élèves comprennent pleinement les données numériques exprimées avec des fractions ou sous forme décimale, et puissent mobiliser ces nombres dans la résolution de problèmes, sur différents supports et de différents supports, il est essentiel de travailler sur des activités variées associant le nombre entier, nombre décimal, les activités de calcul, observées en situation, notamment en utilisant cette construction qui se fait sur toute la durée du cycle 3.

Introduction

Fractions

Le fractionnaire est une unité en un nombre entier de parts égales et on en prend un nombre entier de parts, éventuellement supérieur au nombre de parts contenues dans cette unité, on obtient une fraction.

La fraction $\frac{1}{10}$ (lire « dixième »), rend compte d'un partage de l'unité en dix parts égales puis de la prise de deux de ces parts.

Lorsque le partage de l'unité se fait en un petit nombre de parts (2, 3, 4, ...), et que l'on prend un petit nombre de ces parts, on parle de fraction simple $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, etc.

Lorsque le partage de l'unité se fait en un nombre de parts égal à une puissance de 10 (comme 10, 100, 1000, ...), la fraction obtenue est appelée fraction décimale $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{100}$, etc.¹

¹ La notion de fraction « simple » n'est pas utilisée de façon précise en mathématiques.

² On rappelle que 1 est également une puissance de 10, de même, $1 = 10^0$. La fraction $\frac{1}{10}$ est donc également une fraction décimale.

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux



- **Pratiquer avec les élèves des tâches**

- de comparaison

Comparaison des nombres décimaux

- Recopie le plus grand des deux nombres :
a) 4,8 et 4,45 b) 7,615 et 7,24 c) 4,06 et 4,315
- Réponses de trois élèves

	Aline	Boris	Chloé
a)	4,45	4,8	4,8
b)	7,615	7,24	7,24
c)	4,315	4,06	4,315

- d'intercalation (écrire un nombre compris entre 82,5 et 82,6)
- d'encadrement (encadrer 895,53 par deux entiers consécutifs)
- de multiplication par 10; 100; 1000 (35,2 x 100)

59,5 % (EN 6^e 1994) ; 47,3 % (EN 6^e 2001) ; 31,6 % (EN 6^e 2008)

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux



- **Pertinence du jeu en mathématiques :**
 - Oui, si les jeux sont conçus de manière à contraindre les acquisitions. Le recours aux jeux seuls ne permet pas de construire des acquisitions, s'ils ne sont pas accompagnés d'activités de distanciation.
 - Exemple : faire fabriquer des dominos par les élèves (comment écrire un quart de différentes manières ?) ; dans la classe, 20 élèves et 5 représentations du même nombre, les élèves doivent se rencontrer et justifier le fait qu'ils se regroupent (qui es-tu, toi ?)

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux



- **La Fabrikadécimaux**
 - **Objectif** : composer , décomposer un nombre décimal en utilisant la numération de position (unité, dixième etc)

Situation de référence

Chaque joueur choisit sa planche.

Les cartes sont retournées en pile au centre de la table ou en vrac dans un petit sac en tissu.

Chaque joueur tire une carte et annonce sa carte.

S'il pense en avoir besoin pour compléter sa planche, il la pose au bon endroit. S'il n'en a pas besoin, il la pose au centre de la table, face visible. Si le joueur suivant en a besoin, il la prend et la pose sur sa planche. Il tire aussi à son tour une nouvelle carte, et ainsi de suite.

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux



- **La Fabrikadécimaux**
 - Variable 1

Loto "à l'annonce"

Les cartes sont en vrac dans un petit sac.

Un meneur de jeu tire une carte et l'annonce.

Par ex "3 dixièmes", le joueur qui a 3 dixièmes sur sa planche prend la carte et la pose au bon endroit. Le premier à avoir complété sa planche de jeu s'exclame : « Carton plein ! »

Il sera déclaré vainqueur si sa planche est validée.

4,03	4	$\frac{3}{100}$	
25,12	25	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{100}$
13,40			
0,75			

A. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux



- **La Fabrikadécimaux**
 - Variable 2

Composer un nombre décimal

(une planche par élève, avec 4 nombres à composer dont la partie entière est donnée)

Une pioche est composée de cartes de fractions décimales. Elle est répartie en deux tas : celui des dixièmes et celui des centièmes.

Tirer deux cartes (une carte par tas) puis les poser sur la plaque dans la bonne case.

Ecrire le nombre décimal correspondant dans la case de gauche.

	5		
	17		
	189		

87,4	87	$\frac{4}{10}$	
102,12	102	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{100}$
	6		
0,75		$\frac{7}{10}$	$\frac{5}{100}$

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux

DT – mars 2018



B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



- **Axe de travail:**

« **Le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté sont à construire en interaction.** Ainsi, le calcul mental est mobilisé dans le calcul posé et il peut être utilisé pour fournir un ordre de grandeur avant un calcul instrumenté. Réciproquement, le calcul instrumenté peut permettre de vérifier un résultat obtenu par le calcul mental ou par le calcul posé. Le calcul, dans toutes ses modalités, contribue à la connaissance des nombres. Ainsi, même si le calcul mental permet de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations. Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances mais aussi et surtout en fonction des nombres et des opérations mis en jeu dans les calculs. Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de faits numériques mémorisés et de modules de calcul élémentaires automatisés. »

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



- **Axe de travail:**

« De même, si la **maitrise des techniques opératoires** écrites permet à l'élève d'obtenir un résultat de calcul, la construction de ces techniques est l'occasion de retravailler les propriétés de la numération et de rencontrer des exemples d'algorithmes complexes. »

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



		2008	2015
C2	CP	Connaître la table de multiplication par 2.	
	CE1	Connaître les doubles et moitiés de nombres d'usage courant. Mémoriser les tables de multiplication par 2, 3, 4 et 5. Connaître et utiliser des procédures de calcul mental pour calculer des produits. Connaître une technique opératoire de la multiplication et l'utiliser pour effectuer des multiplications par un nombre à un chiffre. Diviser par 2 ou 5 des nombres inférieurs à 100 (quotient exact entier).	résoudre [...] des problèmes multiplicatifs dans la suite du cycle. L'étude de la division [...] est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. progressivement mémoriser des faits numériques décompositions/recompositions [...] multiplicatives dans la suite du cycle (dont les tables de multiplication)
	CE2	Effectuer un calcul posé : multiplication Connaître une technique opératoire de la division et la mettre en œuvre avec un diviseur à un chiffre.	Au CE2, [...] ils apprennent une technique de calcul posé pour la multiplication, tout d'abord en multipliant un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre puis avec des nombres plus grands.
C3	CM1	Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier. Division euclidienne de deux entiers. Division décimale de deux entiers.	division euclidienne dès le début de cycle,
	CM2	Division d'un nombre décimal par un nombre entier. multiplication de deux nombres entiers ou décimaux.	multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier au CM2, division de deux nombres entiers avec quotient décimal, division d'un nombre décimal par un nombre entier à partir du CM2.
	6	Connaître les tables de multiplication et les résultats qui en dérivent. Savoir effectuer les quatre opérations sous les diverses formes de calcul	Multiplication [...] de deux nombres décimaux en 6 ^e

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



Nouveautés

- Une place renforcée du **calcul en ligne**, travail intermédiaire entre le calcul mental et le calcul posé, permettant de soulager la mémoire de travail lors d'un calcul mental : $5 \times 36 = 5 \times 2 \times 18 = 10 \times 18 = 180$; $5 \times 36 = 150 + 30 = 180$.

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



Points de vigilance:

- Un travail renforcé sur le sens des opérations:
 - Ce travail doit amener les élèves à distinguer les **problèmes à structure additive de ceux à structure multiplicative** ;
 - La résolution de problèmes associés à une opération, précède d'une ou plusieurs périodes, voire d'une année, l'introduction de techniques opératoires automatisées.
- **Eviter l'entrée dans les opérations mathématiques par l'apprentissage des techniques opératoires. Tenir compte de la progressivité des apprentissages**
 - Laisser le temps nécessaire, en n'introduisant pas certaines techniques ou connaissances trop tôt (avant que certaines notions soient correctement installées)
- **Le calcul mental reste un point fort avec une pratique quotidienne.** Un juste équilibre est nécessaire entre un temps effectif de pratique du calcul et **l'explicitation des procédures.**
- Le **calcul mental** doit aussi se pratiquer sur des fractions simples et des **nombres décimaux.**

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



R14 - Bien qu'il existe des outils informatiques de calcul très performants, le calcul mental et le calcul posé doivent continuer à occuper une place importante dans l'enseignement des mathématiques.

R16 - L'enseignement du calcul, avec les nombres entiers et décimaux, doit permettre la découverte, la compréhension progressive, l'appropriation, puis la mobilisation des propriétés des opérations.

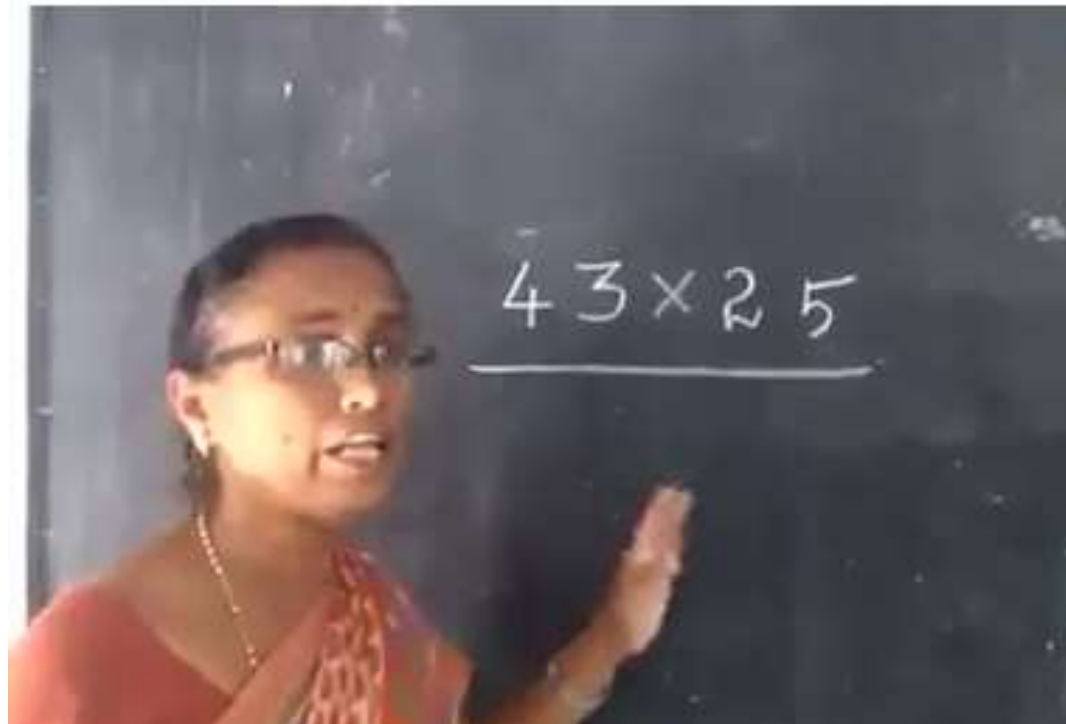
R18 - L'enseignement du calcul mental et du calcul en ligne doit être organisé selon une progressivité.

R20 - Les élèves doivent apprendre à utiliser le calcul mental ou le calcul en ligne pour déterminer l'ordre de grandeur d'un résultat afin de le contrôler ou, de façon plus générale, pour effectuer un calcul approché.

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



R15 - L'enseignement du calcul avec les nombres entiers et décimaux devrait associer l'apprentissage des techniques opératoires à celui du sens des opérations. Il est important de développer l'intelligence du calcul en lien avec une compréhension profonde de la notion de nombre.



<https://www.youtube.com/watch?v=SVNdovIDXTE>

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



		2	2	
		3	3	
		2	4	5
	x	1	5	7
	1			
	1	7	1	5
1	2	2	5	0
2	4	5	0	0
3	8	4	6	5

Boîte à retenues

C	D	U
---	---	---

Présence importante des « 0 »

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



R17 - Le calcul mental et le calcul en ligne doivent être privilégiés par rapport au calcul posé.

R19 - L'enseignement du calcul mental et du calcul en ligne doit donner une place importante à la verbalisation par les élèves de leurs façons de faire, qu'elles soient correctes ou non.

Calculez: 32×25

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



R17 - Le calcul mental et le calcul en ligne doivent être privilégiés par rapport au calcul posé.

R19 - L'enseignement du calcul mental et du calcul en ligne doit donner une place importante à la verbalisation par les élèves de leurs façons de faire, qu'elles soient correctes ou non.

- **Privilégier le calcul mental par rapport au calcul posé (à l'écrit)**

Le calcul mental doit être privilégié par rapport au calcul posé (opération effectuée par écrit), dans l'ordre des apprentissages et dans le temps qui leur est respectivement consacré en classe. Les activités cognitives impliquées dans le calcul mental et dans le calcul posé ne sont pas de même nature : par exemple, une façon d'effectuer mentalement 32×25 amène à décomposer 32 en 8 fois 4, et à utiliser le fait que 4 fois 25 = 100. L'avantage est que, en cherchant à trouver le bon résultat, l'élève travaille sur les nombres en jeu, ce qui n'est pas vrai dans le cas d'une multiplication posée.

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux

Les ressources d'accompagnement et/ou des exemples de pratiques

Comment?

Mathématiques

Ressources d'accompagnement

ÉDUSCOL Ministère de l'éducation nationale et de l'enseignement supérieur et de la recherche CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Le calcul aux cycles 2 et 3

Introduction

Aux cycles 2 et 3, les calculs sont menés sous différentes formes (calcul mental, calcul en ligne, calcul posé, calcul instrumenté) souvent utilisées en interaction et complémentaires les unes des autres. Le temps consacré à l'apprentissage de chacune de ces formes doit permettre d'atteindre les attendus de fin de cycles dans le champ « nombres et calcul ».

Si la pratique des différentes formes de calcul est menée dans le cadre de la résolution de problèmes, les connaissances visées, en termes de capacités techniques et de procédures, ne peuvent s'acquies, notamment pour le calcul mental et le calcul en ligne, qu'en y consacrant des temps spécifiques quotidiens, comprenant des explicitations orales précises et d'institutionnalisations écrites notées dans les cahiers des élèves.

Calcul mental

Le calcul mental est une modalité de calcul sans recours à l'écrit si ce n'est, éventuellement, pour l'énoncé proposé par l'enseignant et la réponse fournie par l'élève. Il n'est pas exclu non plus que la correction, elle, soit écrite pour être discutée de façon collective.

Calcul en ligne

Le calcul en ligne est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit. Il se distingue à la fois :

- du calcul mental, en donnant la possibilité à chaque élève, s'il en ressent le besoin, d'écrire des étapes de calcul intermédiaires qui seraient trop lourdes à garder en mémoire ;
- du calcul posé, dans le sens où il ne consiste pas en la mise en œuvre d'un algorithme, c'est-à-dire d'une succession d'étapes utilisées tout le temps dans le même ordre et de la même manière indépendamment des nombres en jeu.

L'énoncé est donné par le professeur à l'oral ou à l'écrit ; le résultat est donné par l'élève à l'écrit. Le calcul en ligne est travaillé, d'une part en complément du calcul mental, pour faciliter l'apprentissage des démarches et la mémorisation des propriétés des nombres et des opérations, et d'autre part pour permettre d'effectuer, sans recours à un algorithme de calcul posé, des calculs trop complexes pour être intégralement traités mentalement. Par exemple : $58 + 17 = 58 + 20 = 78 - 3 = 75$, ou $12 \times 62 = 620 + 124 = 744$.

Calcul posé

Le calcul posé est une modalité de calcul écrit consistant à l'application d'un algorithme opératoire (par exemple celui de la multiplication entre nombres décimaux).

Calcul instrumenté

Le calcul instrumenté est un calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, ou logiciels (abaque, boulier, calculatrice, tableur, etc.).

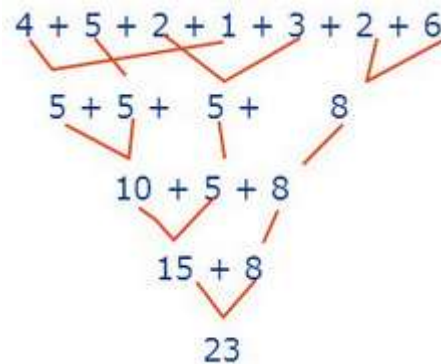
Document Éduscol.net

eduscol.education.fr/ressources-2016 - Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche - Mars 2016

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



Quelle est la pertinence de l'utilisation des représentations en arborescence pour visualiser les calculs intermédiaires?



- Une expérience unique, une schématisation unique (figée), mettent les élèves potentiellement en risque de ne pas stabiliser les connaissances. Il faut diversifier les représentations des nombres.

B. Calculer avec des nombres

entiers et des nombres décimaux

Les difficultés d'apprentissage des tables de multiplication

- Les multiplications sont difficiles, et pas nécessairement pour des raisons mathématiques.
- Le problème réside en partie dans le fait que les résultats se ressemblent.

- Apprentissage des *tables de multiplication* dans un ordre de complexité croissante (d'après Roland Charnay) :
 - Les tables de 2 et de 5 (les plus simples)
 - Les tables de 4 et **de 8** (doubles à partir de celles de 2)
 - Les tables de 3 et de 6
 - Les tables de 9 avec ses particularités (la somme des deux chiffres est 9)
 - Les table **de 7** (ne reste plus à apprendre que 7x7)
- Associer différentes formulations : « combien de fois », « produit », ...
- Plus on avance dans l'apprentissage des tables et moins l'on a de résultats à apprendre si l'on fait jouer le principe de commutativité (3x7 c'est comme 7x3).



B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



Comment gérer la difficulté d'écouter et de retenir un calcul énoncé à l'oral ?

- C'est une difficulté transversale liée au transcodage.
- Vérifier que les élèves sont capables de répéter est un préalable, qu'ils gèrent le passage de la mémoire auditive à la mémoire visuelle (conservation en mémoire avant le passage au calcul ou au transcodage). Quand la charge cognitive est trop importante, on perd la mémoire des calculs intermédiaires.
- Autoriser un support écrit pour que les élèves puissent décharger leur mémoire de travail lors d'activités de calcul mental (ex : $1394 + 57$. L'élève transcrit un résultat intermédiaire sur son ardoise, puis gère mentalement l'ajout du reliquat).
- Proposer d'abord aux élèves des traitements simples, puis des traitements plus complexes qui vont s'appuyer sur des manipulations (étayage pour des élèves en difficulté).

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



Comment traiter la difficulté de l'usage conventionnel du signe = dans les calculs en ligne ?

- Le même symbole = a trois définitions :
 - Un symbole **d'exécution** : $3+4=7$
 - Un symbole **d'équivalence** : $4+3=3+4$
 - Un symbole **d'élaboration** : $5+5+5=3\times 5$
- L'enseignement du formalisme a tendance à primer sur le mécanisme calculatoire. Le *raisonnement* est plus important à travailler que ce formalisme mathématique.
- Le calcul en ligne (défini dans le programme comme tout ce qui n'est pas du calcul posé) est sans doute prioritaire, sans pour autant s'astreindre à respecter systématiquement la valeur mathématique du signe =.
- Ne pas hésiter à substituer de temps à autre aux expressions formelles « égale »/ « est égal à » des expressions tout aussi explicites comme « c'est », « ça vaut », « c'est la même chose que ».

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



« Comment travailler les ordres de grandeur dès la maternelle et l'enrichir jusqu'au cycle 3 ? »

- Le travail effectif des ordres de grandeur mériterait sans doute d'être réservé à la fin du cycle 3 (au CM2).
- L'estimation des grandeurs reste en revanche un domaine d'investigation;
 - essentiel à travailler (affiner les estimations perceptives des longueurs, des masses...)
 - ... et à travailler précocement (cela relève de capacités autant mathématiques que sociales)
- Il s'agit d'anticiper la plausibilité d'un résultat calculé exactement.
- **Types d'activités possibles:**
 - Poser rituellement et régulièrement aux élèves des questions du type : $47+38$ est-ce plus proche de $40+30$ ou de $50+40$?
 - Faire anticiper la plausibilité du résultat : 47×38 , est-ce plus proche de 100, de 1000 ou de 10 000 ?

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux

Comment?

Les ressources d'accompagnement et/ou des exemples de pratiques

Mathématiques Ressources d'accompagnement



Soustraction : ordre et retenue

- Confusion entre chiffre et nombre

$$\begin{array}{r} 167 \\ - 48 \\ \hline 121 \end{array}$$

- Deux techniques pour gérer « la retenue »

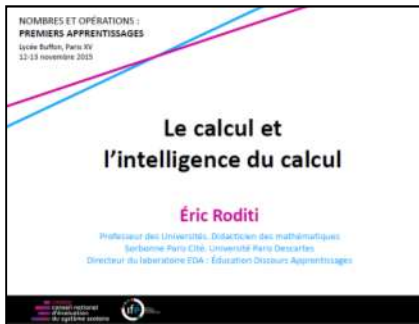
$\begin{array}{r} 167 \\ - 48 \\ \hline 119 \end{array}$		$\begin{array}{r} 1567 \\ - 48 \\ \hline 119 \end{array}$
--	--	---

- Calcul mental : $167 - 48 = 169 - 50 = 119$

Multiplication : décalage et place de la virgule

$\begin{array}{r} 725 \\ \times 41 \\ \hline 725 \\ 2900 \\ \hline 29725 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7,25 \\ \times 4,1 \\ \hline 725 \\ 2900 \\ \hline 29725 \end{array}$
---	---

B. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux



Calculs en ligne et nombres décimaux

- Conception inadaptée du nombre décimal

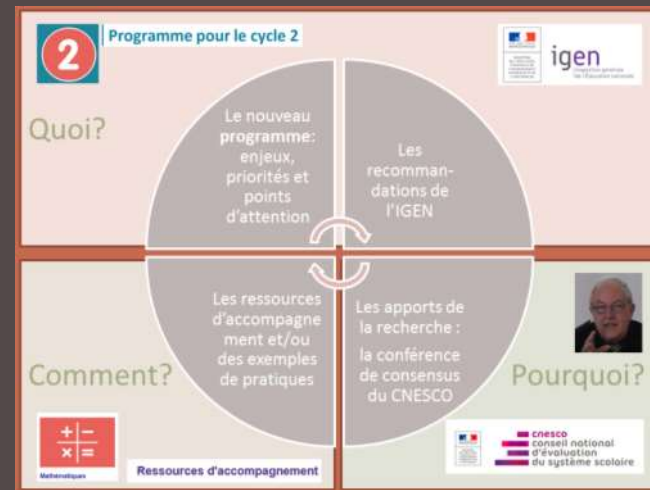
$$2,7 + 2,7 = 4,14 \qquad 4,5 \times 4,5 = 16,25$$

- Des règles dont le domaine de validité change

$$12,5 \times 10 = 12,50 \qquad 12,5 \times 10 = 120,5$$

$$35,2 \times 100 \qquad 32\% \text{ de réussite en } 6^{\text{e}} \text{ (2008)}$$

C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul



C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul



Axe de travail:

- « Les problèmes arithmétiques proposés au cycle 3 permettent d'enrichir le sens des opérations déjà abordées au cycle 2 et d'en étudier de nouvelles. **Les procédures de traitement de ces problèmes peuvent évoluer en fonction des nombres en jeu et de leur structure.** Le calcul contribuant aussi à la représentation des problèmes, il s'agit de développer simultanément chez les élèves des aptitudes de calcul et de résolution de problèmes arithmétiques (le travail sur la technique et sur le sens devant se nourrir l'un l'autre). »

C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul



Nouveautés

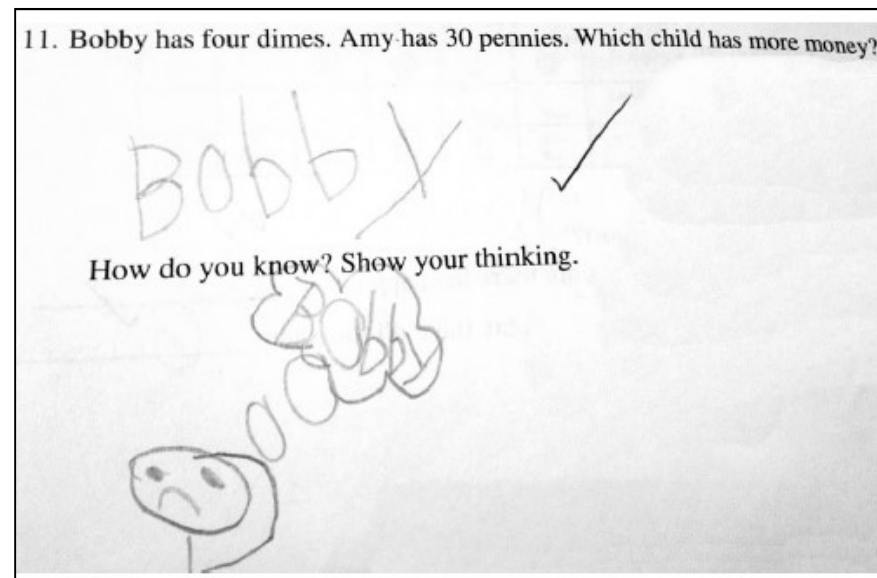
- Rappel de l'importance **des opérations posées** tout en n'en faisant pas un préalable à l'introduction des opérations mathématiques ; on observe un décalage dans leur introduction par rapport au programme de 2008, même si les repères de progressivités proposent les mêmes attendus en fin d'école primaire (ex. de la division).

C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul



Points de vigilance:

- Réaffirmation de la place centrale de la **résolution de problèmes**, tant pour l'activité des élèves que comme critère de la maîtrise des connaissances.



- La **proportionnalité** est présente dans les trois domaines.

C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul



R21 - Les opérations sont introduites par la résolution de problèmes.

- R21.1 - Les situations relevant de l'addition et de la soustraction sont travaillées de manière quasi simultanée ; il en est de même des situations relevant de la multiplication et de la division.
- R21.2 - Les problèmes proposés appartiennent aux différentes catégories de situations d'addition/soustraction et de multiplication/division afin de permettre à l'élève de reconnaître les différents modèles.

C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul

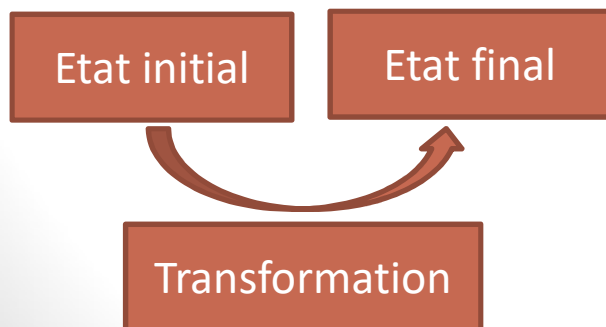


Quelles relations entre résolution des problèmes et opérations ?

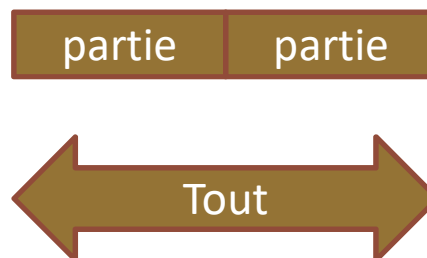
Nécessité de développer chez les élèves la flexibilité représentationnelle, leur apprendre que les situations peuvent être recodées

Exemple: la catégorisation des problèmes additifs-soustractifs (G. Vergnaud)

Transformation



Composition



Comparaison



C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul



Quelles relations entre résolution des problèmes et opérations ?

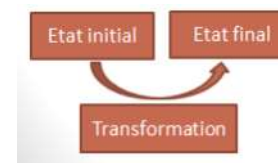
Nécessité de développer chez les élèves la flexibilité représentationnelle, leur apprendre que les situations peuvent être recodées

Exemple :

Lors d'une course, 108 coureurs prennent le départ. Il y a beaucoup d'abandons : 85 coureurs seulement terminent la course. Combien de coureurs ont abandonné ?

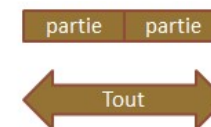
Le codage spontané effectué est celui de la transformation:

État initial	transformation	état final
108	?	85



Il est ici plus judicieux de favoriser le codage composition

On a un tout (108) constitué de deux parties (? Et 85)



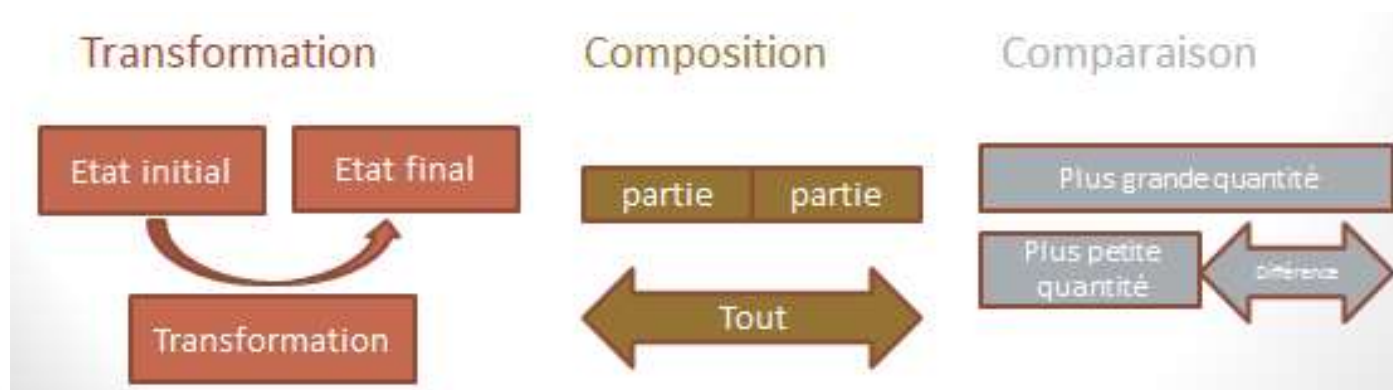
C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul



Quelles situations pour introduire les opérations?

On a le choix d'un grand nombre de situations pour introduire l'addition et la soustraction :

- La transformation d'une quantité par ajout ou perte
- La réunion de deux parties dans un tout
- La comparaison de deux quantités



C. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul



Exemple

Pour introduire la soustraction **la comparaison**  **est favorable :**

Jacques a 5 billes, Pierre en a 8, combien Pierre en a-t-il de plus que Jacques ?

L'équivalence entre la forme additive et soustractive est saillante.

Si Pierre a 3 billes de plus que Jacques, Jacques en a 3 de moins.

Alors que **la situation de transformation**  **est défavorable.**

*La soustraction est associée à une perte **et il devient difficile de concevoir que la valeur du gain** (Jacques a 5 billes il en reçoit d'autres, après il en a 8 → addition à trou $5+3=8$) **est une différence de même nature que la valeur du reste après perte** (Pierre a 8 billes, il en donne 5, combien lui en reste-t-il ? → soustraction $8-5=3$)*

Bilan: recommandations générales

DT – mars 2018

51

S'assurer de la progressivité des enseignements



cnesco
conseil national
d'évaluation
du système scolaire

R2 - La continuité et la cohérence de l'enseignement des mathématiques au travers des années, des cycles et des degrés doivent permettre aux élèves de construire des savoirs et savoir-faire qui s'enchaînent et s'intègrent harmonieusement tout au long de leur cursus d'apprentissage.

R18 - L'enseignement du calcul mental et du calcul en ligne doit être organisé selon une progressivité.

S'assurer de la progressivité des enseignements

- **Une progressivité des enseignements au fil du cycle**
 - Points d'attention partagés en équipe de maîtres :
 - La continuité des choix de manuels
 - La cohérence des approches didactiques
 - La continuité du cursus d'apprentissage des élèves , par exemple:
 - La continuité des supports en usage dans la classe (ex.: réglettes Cuisenaire)
 - La continuité des outils élèves (ex.: cahier des apprentissages)
 - Ne pas déléguer aux auteurs de manuels le soin de construire le curriculum des élèves. Prévoir des progressions et évaluer leurs effets est un chantier pertinent.

Evaluer les acquis du Socle



édusCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

COMPÉTENCES DU SOCLE

Document d'accompagnement pour l'évaluation des acquis du socle commun de connaissances, de compétences et de culture.

Éléments pour l'appréciation du niveau de maîtrise satisfaisant en fin de cycle 3

CYCLE 3 | COMPÉTENCES DU SOCLE

Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques (composante 3 du domaine 1)

DISCIPLINE(S) ENSEIGNÉE(S) CONTRIBUANT À L'ÉVALUATION DES ACQUIS	ÉLÉMENTS SIGNIFIANTS	EN FIN DE CYCLE 3, L'ÉLÈVE QUI A UNE MAÎTRISE SATISFAISANTE (NIVEAU 3) PARVIENT NOTAMMENT À :	CONTEXTES ET / OU SITUATIONS POSSIBLES D'ÉVALUATION
Mathématiques Physique-chimie Sciences de la vie et de la Terre Technologie	Utiliser les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions simples	<ul style="list-style-type: none"> Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux. Comparer, estimer, mesurer, calculer des grandeurs en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre, distance), aire, volume, angle, vitesse, masse, coûts. Exprimer une grandeur mesurée ou calculée dans une unité adaptée. 	<p>La bonne compréhension et l'utilisation pertinente du langage des nombres entiers (jusqu'à 12 chiffres) et des nombres décimaux peuvent être évaluées à travers des situations et dans des contextes variés faisant notamment intervenir les nouvelles grandeurs rencontrées au cycle 3 (longueur [périmètre], aire, volume, angle, vitesse, masse) :</p> <ul style="list-style-type: none"> la résolution de problèmes simples mettant en jeu des nombres entiers ou décimaux (mesures) ; des questions brèves, posées oralement par l'enseignant ou à l'aide d'un système de vidéoprojection pour la classe ou encore de supports individuels (papier, ordinateur ou tablette), relevant du calcul mental ou en ligne ; des exercices techniques permettant de s'assurer de la bonne compréhension du système décimal de position et en particulier de l'écriture à virgule avec un dépassement de conceptions erronées ou difficultés fréquentes et identifiées, ou de la maîtrise des techniques opératoires (sans technicité excessive). <p>Pour les fractions simples, l'évaluation peut être menée à travers des exercices permettant de s'assurer de la bonne compréhension de la notation, notamment en établissant des liens d'égalité ou d'ordre entre des fractions simples.</p> <p>La demi-droite graduée, notamment avec des zooms successifs, est un outil d'évaluation pertinent pour s'assurer de la bonne compréhension des nouveaux nombres rencontrés au cycle 3, tant pour y placer ces nombres que pour y lire le nombre correspondant à une graduation donnée.</p> <p>L'évaluation des élèves prend en compte la justesse des calculs, mais aussi toute mise en œuvre d'idées pertinentes et notamment le choix des opérations effectuées, ainsi que les essais, avec des nombres choisis par l'élève et les démarches engagées, même non abouties.</p> <p>L'évaluation de cette compétence peut concerner toutes les disciplines à travers des activités de différentes natures et prend en compte la capacité à utiliser le lexique, les unités et les instruments de mesure adaptés aux grandeurs à mesurer.</p>