Accompagnement didactique du programme de mathématiques au cycle 2

Quelles déclinaisons pédagogiques?

Circonscription de Thann, avril 2018

Objectifs de formation

- Renouveler ses pratiques pédagogiques en lien avec la construction du nombre au cycle 2

  → Transposer les recommandations didactiques en pratiques pédagogiques

Entrées du programme
et approche choisie

Nombres et calcul

Grandeurs et mesures

Espace et géométrie

A. Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer.
B. Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers.
C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul.
D. Calculer avec des nombres entiers.

Entrées du programme
et approche choisie

Nombres et calcul
Grandeurs et mesures
Espace et géométrie

A. Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer.
B. Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers.
C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul.
D. Calculer avec des nombres entiers.

2 | Programme pour le cycle 2

Quoi?

Le nouveau **programme**: enjeux, priorités et points d'attention

Entrées du programme
et approche choisie

Nombres et calcul
Grandeurs et mesures
Espace et géométrie

A. Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer.
B. Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers.
C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul.
D. Calculer avec des nombres entiers.

2 | Programme pour le cycle 2

igen Inspection générale de l'Éducation nationale

Quoi?

Le nouveau **programme**: enjeux, priorités et points d'attention

Les recomman-dations de l'IGEN

Entrées du programme
et approche choisie

Nombres et calcul
Grandeurs et mesures
Espace et géométrie

A. Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer.
B. Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers.
C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul.
D. Calculer avec des nombres entiers.

Programme pour le cycle 2

igen Inspection générale de l'Éducation nationale

Quoi?

Le nouveau **programme**: enjeux, priorités et points d'attention

Les recomman-dations de l'IGEN

Les apports de la recherche :

la conférence de consensus du CNESCO

Pourquoi?

cnesco conseil national d'évaluation du système scolaire

Entrées du programme
et approche choisie

Nombres et calcul
Grandeurs et mesures
Espace et géométrie

A. Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer.
B. Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers.
C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul.
D. Calculer avec des nombres entiers.

2 | Programme pour le cycle 2

igen Inspection générale de l'Éducation nationale

Quoi?

Le nouveau **programme**: enjeux, priorités et points d'attention

Les recomman-dations de l'IGEN

Comment?

Les ressources d'accompagne ment et/ou des exemples de pratiques

Les apports de la recherche :

la conférence de consensus du CNESCO

Pourquoi?

Mathématiques

Ressources d'accompagnement

cnesco conseil national d'évaluation du système scolaire

A. Comprendre et utiliser des nombres entiers

A. Comprendre et utiliser des nombres entiers

- **Axe de travail:**
  - **« L'étude de relations internes aux nombres** : comprendre que le successeur d'un nombre entier c'est « ce nombre plus un », décomposer/recomposer les nombres additivement, multiplicativement, en utilisant les unités de numération (dizaines, centaines, milliers), changer d'unités de numération de référence, comparer, ranger, itérer une suite (+1, +10, +n), etc. »

- **« Une bonne connaissance des nombres inférieurs à mille et de leurs relations** est le fondement de la compréhension des nombres entiers et ce champ numérique est privilégié pour la construction de stratégies de calcul et la résolution des premiers problèmes arithmétiques. »

A. Comprendre et utiliser des nombres entiers

Nouveautés

- Un travail sur les nombres, dans la continuité de ce qui est mené dans le cadre des nouveaux programmes de maternelle (**décomposition-recomposition**). On cherche moins à compter « loin », l'objectif premier est d'appréhender le concept de nombre.
- Importance soulignée de **la demi-droite graduée**, qui permet de construire des images mentales en lien avec la notion de longueur et d'instiller la notion de continuité.

Points de vigilance

- **Une attention particulière portée sur les petits nombres** (jusqu'à 10 ou 20) au cycle 1 et en début de cycle 2 (dénombrement, constitution de collections de cardinal donné, décomposition/recomposition).

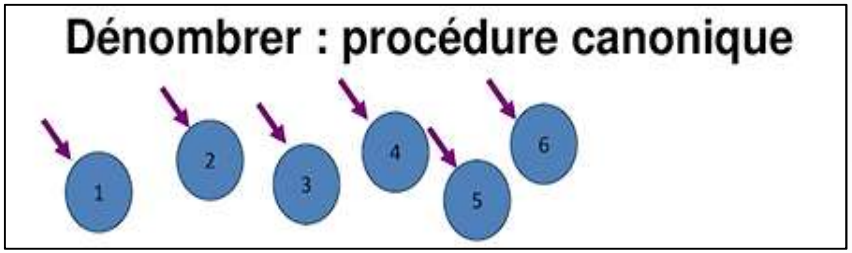
A. Comprendre et utiliser des nombres entiers

R5 - Les premiers apprentissages mathématiques doivent reposer sur des manipulations d'objets variées et répétées dans une visée progressive de symbolisation et d'abstraction.

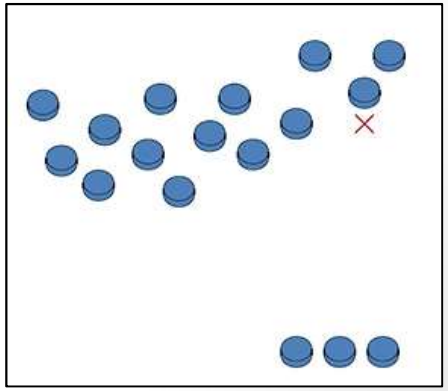
R8 – Les pratiques régulières et variées de composition/décomposition de petites collections doivent être favorisées, car elles permettent de donner du sens aux nombres et d'approcher les notions d'addition et de soustraction.

A. Comprendre et utiliser des nombres entiers

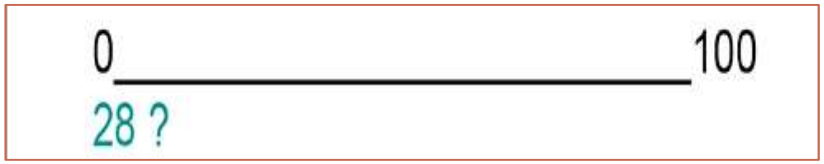
- **Procédures de dénombrement**
- Dénombrer, c'est être capable de dire, en pointant et en essayant de faire une stricte correspondance terme à terme.



- La compréhension de la **non pertinence de l'ordre du traitement** est l'une des propriétés les plus difficiles à comprendre (en fin de CE2 certains élèves ont encore des difficultés à l'intégrer).
- La question se pose du degré d'acquisition de chacune de ces propriétés à la fin de la GS :
  - Principe d'ordre stable
  - Correspondance terme à terme
  - Cardinalité
- Les enfants qui gèrent toutes les propriétés ne sont que 44%. Le CP devra donc consacrer du temps au dénombrement qui n'est pas acquis pour tous les élèves.
- R. Brissiaud pose le problème de l'acquisition de la cardinalité. Il propose un principe de dénombrement par déplacement des objets, ce qui permet d'isoler la cardinalité (car certains enfants ne comprennent pas la relation entre l'activité de dénombrement d'une collection et son cardinal).



A. Comprendre et utiliser des nombres entiers

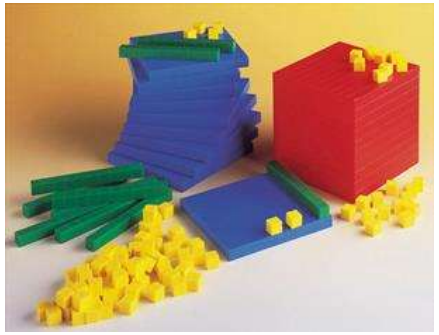


- **La ligne numérique comme outil d'évaluation de la représentation**
- Segment de droite avec 2 bornes: 0-10 en GS
  0-100 au CP-CE1
  0-1000 et au-delà à partir du CE2

- **Précautions:**
  - Restreindre le temps de réflexion pour éviter des stratégies de recherche de moitiés, de quarts…
  - Attention à ne pas mettre en difficulté certains élèves (dyspraxiques visuo-spatiaux) avec ce type d'activités.
- **Intérêt pédagogique**:
  - Excellent indicateur du niveau de conceptualisation des nombres (Sur ce type d'exercices, les jeunes élèves ont tendance à surestimer les petites quantités et à sous-estimer les grandes quantités.)
  - Bon prédicteur des performances en arithmétique, en résolution de problèmes.
  - Bilan: un outil d'évaluation mais également un outil de travail

A. Comprendre et utiliser des nombres entiers

- **Une réflexion d'équipe d'école autour des matériels communs à mettre en place** *(réglettes Cuisenaire, bouliers, abaques)*



- **Intérêt**:
  - Un matériel également utilisable pour introduire les additions et les soustractions.
  - Prévoir l'utilisation, dans une même école, d'un matériel commun au fil de la scolarisation.

- **L'usage des doigts** devrait être privilégié en début de cycle 2 comme une étape dont l'élève apprendra ensuite progressivement à se détacher. C'est un pas vers l'abstraction. Une phase transitionnelle entre l'analogique et l'abstraction. Leur utilisation doit être encouragée pour finalement être oubliée au profit d'autres stratégies à partir de 5/ 6 ans.

A. Comprendre et utiliser des nombres entiers

- **Pertinence du jeu en mathématiques** :
  - Oui, si les jeux sont conçus de manière à contraindre les acquisitions. Le recours à des jeux ne peut pas se faire sans une prise de conscience du fait que le recours aux jeux seuls ne permettra pas de construire des acquisitions, s'ils ne sont pas accompagnés d'activités de distanciation.
    - Exemple : fabriquer des dominos, les faire fabriquer par les élèves (comment écrire un quart de différentes manières ?) ; dans la classe, 20 élèves et 5 représentations du même nombre, les élèves doivent se rencontrer et justifier le fait qu'ils se regroupent (qui est-tu, toi ?).

- **Ressources numériques**
  - « La course aux nombres » : à télécharger gratuitement. Il permet aux élèves de jouer en comparant des quantités non symboliques et symboliques.

http://www.lacourseauxnombres.com/nr/home.php

B. Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers

B. Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers

- **Axe de travail:**

  « L'étude des différentes désignations orales et/ou écrites :
  - nom du nombre ;
  - écriture usuelle en chiffres (numération décimale de position) ;
  - *double* de, *moitié* de, *somme* de, *produit* de ;
  - *différence* de, *quotient* et *reste de* ;
  - écritures en ligne
    - additives/soustractives,
    - multiplicatives,
    - mixtes,
    - en unités de numération, etc. »

B. Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers

Point de vigilance

- Une vigilance particulière pour les nombres, au nom irrégulier, de 70 à 99, travaillés au CP, mais aussi au CE1 tout en travaillant sur la numération jusqu'à 1000.
- **Ce n'est pas un préalable ; les apprentissages sur les nombres ne sont pas purement linéaires**…

Qu'est-ce qui est le plus facile à transcrire : 532 ou 98?

B. Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers

R7 - Lors de l'apprentissage des mots désignant les nombres, il importe de les associer à différentes représentations.

R10 - L'enseignant doit être attentif au fait que des compétences langagières et visuo-spatiales déficientes peuvent entraver l'acquisition des compétences numériques et des opérations sur les nombres. Varier les situations mathématiques et les modes de représentation du nombre permet de prendre en compte la variété des compétences et des styles cognitifs des élèves.

R11 - L'acquisition du système de numération décimale de position est fondamentale pour les apprentissages numériques.

B. Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers

Le transcodage

- 2 types d'erreurs
  - Lexicales: un mot/chiffre pour un autre
    neuf => 6; seize => 13
    Surtout en CP
  - Syntaxiques: gérer les relations entre mots ou chiffres
    Vingt-sept => 207; trois cents => 3100;
    834 => quatre-vingt trente quatre; …

Les difficultés apparaissent en français en raison d'un certain nombre d'irrégularités (ex : lexicalisation : quatre-vingt-dix-sept » = 42017)
Un effet qui est lié au système verbal, et qui touche particulièrement les jeunes élèves français.

B. Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers

Le transcodage des nombres

- Pour pouvoir effectuer le transcodage, les enfants doivent *garder en mémoire le nombre dans sa forme verbale*.
- Si les sonorités de ces noms de nombres présentent des ressemblances, le nombre d'erreurs est plus élevé. Ces difficultés ne sont pas liées aux maths, mais ce sont des difficultés de mémoire et de langage, qui impactent les compétences arithmétiques.

Au CE1-CE2: proposer des dispositifs qui permettent de rendre plus explicites les activités de transcodage des nombres. Procéder par exemple à des dictées de nombres en demandant aux élèves de:

- maintenir la configuration verbale en mémoire (faire répéter la forme verbale du nombre avant de la transcrire)
- déterminer le *frame* (à l'audition, déterminer le nombre de chiffres que doit comporter le nombre à transcrire)
- Participer au contrôle ultérieur

C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

Axe de travail:

- **« Des résolutions de problèmes contextualisés** :
  - dénombrer des collections,
  - mesurer des grandeurs,
  - repérer un rang dans une liste,
  - prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs (les comparer, les réunir, les augmenter, les diminuer, les partager en parts égales ou inégales, chercher combien de fois l'une est comprise dans l'autre, etc.).
- Ces actions portent sur **des objets tout d'abord matériels puis évoqués à l'oral ou à l'écrit ;**
- le **travail de recherche et de modélisation sur ces problèmes** permet d'introduire progressivement les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division). »

C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

Points de vigilance:

- Réaffirmation de la place centrale de la **résolution de problèmes,** tant pour l'activité des élèves que comme critère de la maîtrise des connaissances.
- La **proportionnalité** est présente dans les trois domaines. Au cycle 2, les problèmes multiplicatifs en sont une première approche.

C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

R1 - Les mathématiques doivent être présentées aux élèves comme des outils pour penser, résoudre des problèmes et faire face à des situations de la vie quotidienne.

R9 - L'enseignement des nombres et des opérations nécessite de faire progressivement comprendre ce que sont les nombres et les opérations et à quelles questions ils permettent de répondre.

R15 - L'enseignement du calcul avec les nombres entiers et décimaux devrait associer l'apprentissage des techniques opératoires à celui du sens des opérations. Il est important de développer l'intelligence du calcul en lien avec une compréhension profonde de la notion de nombre.

R16 - L'enseignement du calcul, avec les nombres entiers et décimaux, doit permettre la découverte, la compréhension progressive, l'appropriation, puis la mobilisation des propriétés des opérations.

R21 - Les opérations sont introduites par la résolution de problèmes.

- R21.1 - Les situations relevant de l'addition et de la soustraction sont travaillées de manière quasi simultanée ; il en est de même des situations relevant de la multiplication et de la division.
- R21.2 - Les problèmes proposés appartiennent aux différentes catégories de situations d'addition/soustraction et de multiplication/division afin de permettre à l'élève de reconnaître les différents modèles.

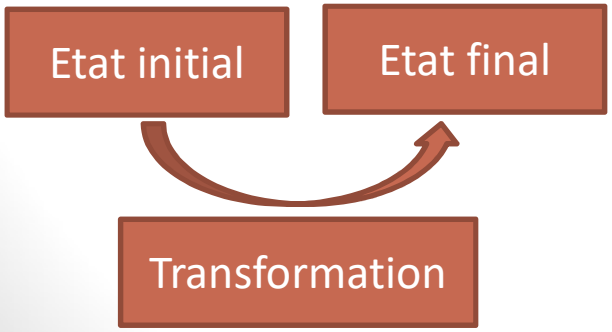
C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

Quelles relations entre résolution des problèmes et opérations ?

Nécessité de développer chez les élèves la flexibilité représentationnelle, leur apprendre que les situations peuvent être recodées

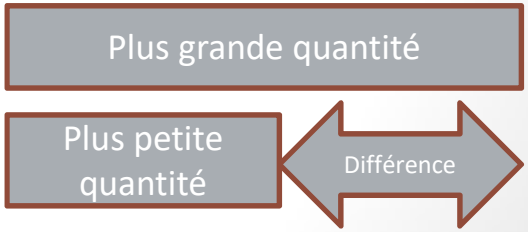
Catégorisation des problèmes (G. Vergnaud)

Transformation



Composition

Comparaison



C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

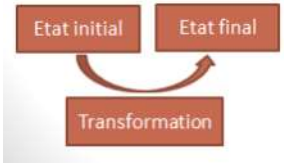
Quelles relations entre résolution des problèmes et opérations ?

Nécessité de développer chez les élèves la flexibilité représentationnelle, leur apprendre que les situations peuvent être recodées

Exemple :

Lors d'une course, 108 coureurs prennent le départ. Il y a beaucoup d'abandons : 85 coureurs seulement terminent la course. Combien de coureurs ont abandonné ?

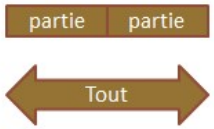
Le codage spontané effectué est celui de la transformation:



État initial	transformation	état final
108	?	85

Il est ici plus judicieux de favoriser le codage composition

On a un tout (108) constitué de deux parties (? Et 85)



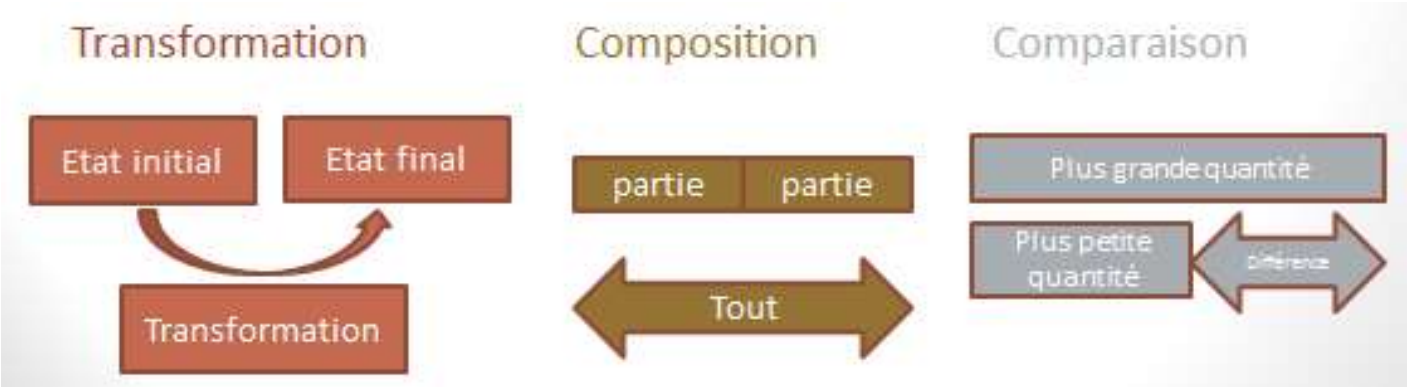
http://www.circ-ien-illfurth.ac-strasbourg.fr/pedagogie/cycle-2/mathematique/

C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

Quelles situations pour introduire les opérations?

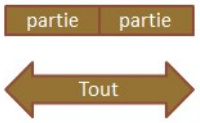
On a le choix d'un grand nombre de situations pour introduire l'addition et la soustraction :

- La transformation d'une quantité par ajout ou perte
- La réunion de deux parties dans un tout
- La comparaison de deux quantités



C. Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

Exemple

Pour introduire la soustraction la **comparaison** 

est favorable :

Jacques a 5 billes, Pierre en a 8, combien Pierre en a-t-il de plus que Jacques ?

L'équivalence entre la forme additive et soustractive est saillante.

Si Pierre a 3 billes de plus que Jacques, Jacques en a 3 de moins.

Alors que la situation de **transformation**

est défavorable.

La soustraction est associée à une perte et il devient difficile de concevoir que la valeur du gain (Jacques a 5 billes il en reçoit d'autres, après il en a 8 → addition à trou 5+3=8) est une différence de même nature que la valeur du reste après perte (Pierre a 8 billes, il en donne 5, combien lui en reste-t-il ? → soustraction 8-5=3)

D. Calculer avec des nombres entiers

D. Calculer avec des nombres entiers

Axe de travail:

- **« L'appropriation de stratégies de calcul** adaptées aux nombres et aux opérations en jeu.
- Ces stratégies s'appuient :
  - sur la **connaissance de faits numériques mémorisés** (répertoires additif et multiplicatif, connaissance des unités de numération et de leurs relations, etc.)
  - et sur **celle des propriétés des opérations et de la numération**.

- Le **calcul mental** est essentiel dans la vie quotidienne où il est souvent nécessaire de parvenir rapidement à un ordre de grandeur du résultat d'une opération, ou de vérifier un prix, etc. »

D. Calculer avec des nombres entiers

Nouveautés

- Une place renforcée du **calcul en ligne**, travail intermédiaire entre le calcul mental et le calcul posé, permettant de soulager la mémoire de travail lors d'un calcul mental :
  - $5 \times 36 = 5 \times 2 \times 18 = 10 \times 18 = 180$
  - $5 \times 36 = 150 + 30 = 180$.
- Rappel de l'importance **des opérations posées** tout en n'en faisant pas un préalable à l'introduction des opérations mathématiques ;
  - on observe un **décalage dans leur introduction** par rapport au programme de 2008, même si les repères de progressivités proposent les mêmes attendus en fin d'école primaire (exemple de la division).

D. Calculer avec des nombres entiers

	2008	2015
CP	Produire et reconnaître les décompositions additives des nombres inférieurs à 20 (“table d’addition”). Calculer mentalement des sommes et des différences. Connaître et utiliser les techniques opératoires de l’addition et commencer à utiliser celles de la soustraction (sur les nombres inférieurs à 100).	Au CP, les élèves commencent à résoudre des problèmes additifs et soustractifs progressivement mémoriser des faits numériques : décompositions/recompositions additives dès début de cycle (dont les tables d’addition) développer des procédures de calcul adaptées aux nombres en jeu pour les additions au CP Au CP, les élèves apprennent a poser les additions en colonnes avec des nombres de deux chiffres.

D. Calculer avec des nombres entiers

	2008	2015
CE1	Connaître et utiliser des procédures de calcul mental pour calculer des sommes, des différences Calculer en ligne des suites d'opérations. Connaître et utiliser les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction (sur les nombres inférieurs à 1 000).	Au CE1, ils consolident la maitrise de l'addition avec des nombres plus grands et avec des nombres de taille différente ; ils apprennent une technique de calcul posé pour la soustraction.
CE2		Au CE2, ils consolident la maitrise de la soustraction

D. Calculer avec des nombres entiers

		2008	2015
C2	CP	Connaître la table de multiplication par 2.	
	CE1	Connaître les doubles et moitiés de nombres d'usage courant. Mémoriser les tables de multiplication par 2, 3, 4 et 5. Connaître et utiliser des procédures de calcul mental pour calculer des produits. Connaître une technique opératoire de la multiplication et l'utiliser pour effectuer des multiplications par un nombre à un chiffre. Diviser par 2 ou 5 des nombres inférieurs à 100 (quotient exact entier).	résoudre [...] des problèmes multiplicatifs dans la suite du cycle. L'étude de la division [...] est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. progressivement mémoriser des faits numériques décompositions/recompositions [...] multiplicatives dans la suite du cycle (dont les tables de multiplication)
	CE2	Effectuer un calcul posé : multiplication Connaître une technique opératoire de la division et la mettre en œuvre avec un diviseur à un chiffre.	Au CE2, [...] ils apprennent une technique de calcul posé pour la multiplication, tout d'abord en multipliant un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre puis avec des nombres plus grands.
C3	CM1	Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier. Division euclidienne de deux entiers. Division décimale de deux entiers.	division euclidienne dès le début de cycle,
	CM2	Division d'un nombre décimal par un nombre entier. multiplication de deux nombres entiers ou décimaux.	multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier au CM2, division de deux nombres entiers avec quotient décimal, division d'un nombre décimal par un nombre entier à partir du CM2.
	6	Connaître les tables de multiplication et les résultats qui en dérivent. Savoir effectuer les quatre opérations sous les diverses formes de calcul	Multiplication [...] de deux nombres décimaux en 6e

D. Calculer avec des nombres entiers

Points de vigilance:

- Un travail renforcé sur le sens des opérations:
  - Ce travail doit amener les élèves à distinguer les **problèmes à structure additive de ceux à structure multiplicative** ;
  - La résolution de problèmes associés à une opération, précède d'une ou plusieurs périodes, voire d'une année l'introduction de techniques opératoires automatisées.
- **Eviter l'entrée dans les opérations mathématiques par l'apprentissage des techniques opératoires. Tenir compte de la progressivité des apprentissages**
  - Laisser le temps nécessaire, en n'introduisant pas certaines techniques ou connaissances trop tôt (avant que certaines notions soient correctement installées)
- **Le calcul mental reste un point fort avec une pratique quotidienne**. Un juste équilibre est nécessaire entre un temps effectif de pratique du calcul et l'**explicitation des procédures**.

D. Calculer avec des nombres entiers

R14 - Bien qu'il existe des outils informatiques de calcul très performants, le calcul mental et le calcul posé doivent continuer à occuper une place importante dans l'enseignement des mathématiques.

R17 - Le calcul mental et le calcul en ligne doivent être privilégiés par rapport au calcul posé.

R19 - L'enseignement du calcul mental et du calcul en ligne doit donner une place importante à la verbalisation par les élèves de leurs façons de faire, qu'elles soient correctes ou non.

R20 - Les élèves doivent apprendre à utiliser le calcul mental ou le calcul en ligne pour déterminer l'ordre de grandeur d'un résultat afin de le contrôler ou, de façon plus générale, pour effectuer un calcul approché.

Calculez: 32 x 25

D. Calculer avec des nombres entiers

R14 - Bien qu'il existe des outils informatiques de calcul très performants, le calcul mental et le calcul posé doivent continuer à occuper une place importante dans l'enseignement des mathématiques.

R17 - Le calcul mental et le calcul en ligne doivent être privilégiés par rapport au calcul posé.

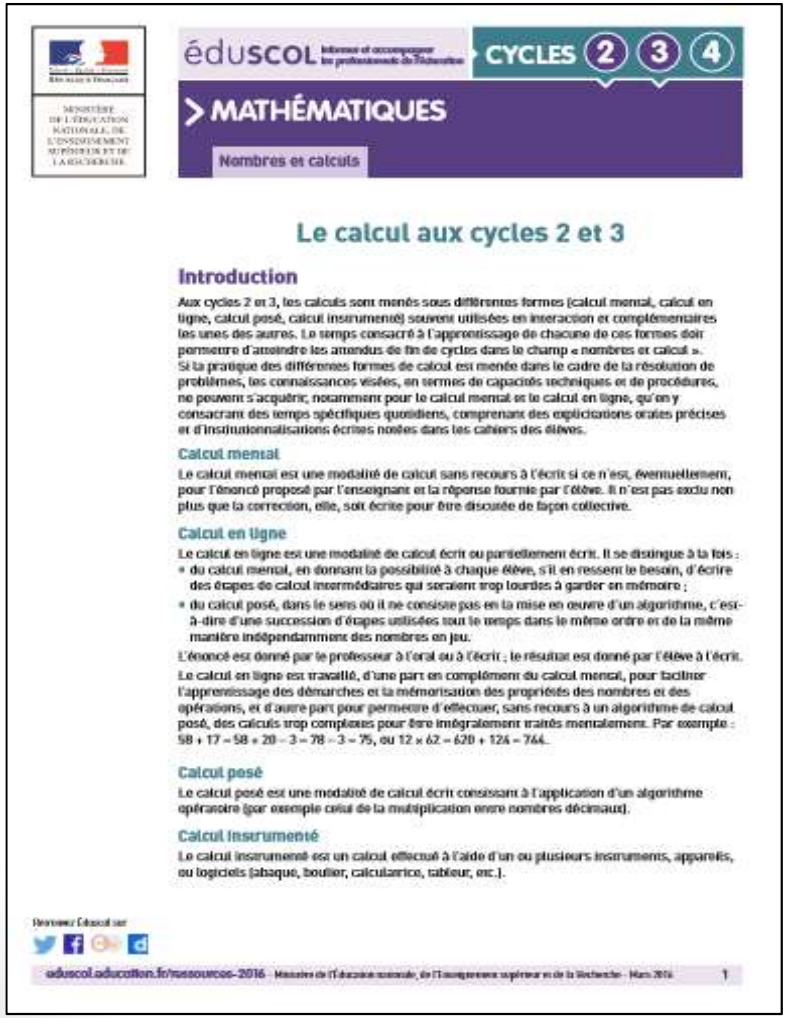
R19 - L'enseignement du calcul mental et du calcul en ligne doit donner une place importante à la verbalisation par les élèves de leurs façons de faire, qu'elles soient correctes ou non.

R20 - Les élèves doivent apprendre à utiliser le calcul mental ou le calcul en ligne pour déterminer l'ordre de grandeur d'un résultat afin de le contrôler ou, de façon plus générale, pour effectuer un calcul approché.

- **Privilégier le calcul mental par rapport au calcul posé (à l'écrit)**

Le calcul mental doit être privilégié par rapport au calcul posé (opération effectuée par écrit), dans l'ordre des apprentissages et dans le temps qui leur est respectivement consacré en classe. Les activités cognitives impliquées dans le calcul mental et dans le calcul posé ne sont pas de même nature : par exemple, une façon d'effectuer mentalement 32 x 25 amène à décomposer 32 en 8 fois 4, et à utiliser le fait que 4 fois 25 =100. L'avantage est que, en cherchant à trouver le bon résultat, l'élève travaille sur les nombres en jeu, ce qui n'est pas vrai dans le cas d'une multiplication posée.

D. Calculer avec des nombres entiers



éduSCOL — CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Le calcul aux cycles 2 et 3

Introduction

Aux cycles 2 et 3, les calculs sont menés sous différentes formes (calcul mental, calcul en ligne, calcul posé, calcul instrumenté) souvent utilisées en interaction et complémentaires les unes des autres. Le temps consacré à l'apprentissage de chacune de ces formes doit permettre d'atteindre les attendus de fin de cycles dans le champ « nombres et calcul ».
Si la pratique des différentes formes de calcul est menée dans le cadre de la résolution de problèmes, les connaissances visées, en termes de capacités techniques et de procédures, ne peuvent s'acquérir, notamment pour le calcul mental et le calcul en ligne, qu'en y consacrant des temps spécifiques quotidiens, comprenant des explicitations orales précises et d'institutionnalisations écrites notées dans les cahiers des élèves.

Calcul mental

Le calcul mental est une modalité de calcul sans recours à l'écrit si ce n'est, éventuellement, pour l'énoncé proposé par l'enseignant et la réponse fournie par l'élève. Il n'est pas exclu non plus que la correction, elle, soit écrite pour être discutée de façon collective.

Calcul en ligne

Le calcul en ligne est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit. Il se distingue à la fois :
- du calcul mental, en donnant la possibilité à chaque élève, s'il en ressent le besoin, d'écrire des étapes de calcul intermédiaires qui seraient trop lourdes à garder en mémoire ;
- du calcul posé, dans le sens où il ne consiste pas en la mise en œuvre d'un algorithme, c'est-à-dire d'une succession d'étapes utilisées tout le temps dans le même ordre et de la même manière indépendamment des nombres en jeu.

L'énoncé est donné par le professeur à l'oral ou à l'écrit ; le résultat est donné par l'élève à l'écrit.

Le calcul en ligne est travaillé, d'une part en complément du calcul mental, pour faciliter l'apprentissage des démarches et la mémorisation des propriétés des nombres et des opérations, et d'autre part pour permettre d'effectuer, sans recours à un algorithme de calcul posé, des calculs trop complexes pour être intégralement traités mentalement. Par exemple : 58 + 17 = 58 + 20 – 3 = 78 – 3 = 75, ou 12 × 62 = 620 + 124 = 744.

Calcul posé

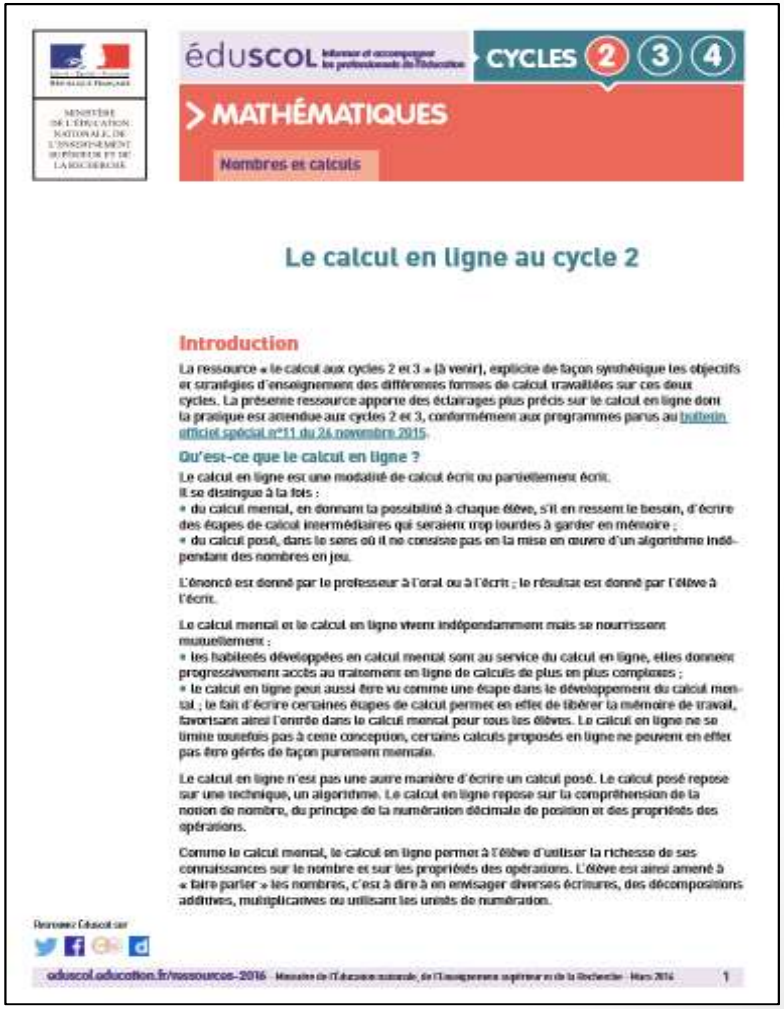
Le calcul posé est une modalité de calcul écrit consistant à l'application d'un algorithme opératoire (par exemple celui de la multiplication entre nombres décimaux).

Calcul instrumenté

Le calcul instrumenté est un calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, ou logiciels (abaque, boulier, calculatrice, tableur, etc.).

Retrouvez Eduscol sur

eduscol.education.fr/ressources-2016 - Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche - Mars 2016 1



éduSCOL — CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Le calcul en ligne au cycle 2

Introduction

La ressource « le calcul aux cycles 2 et 3 » (à venir), explicite de façon synthétique les objectifs et stratégies d'enseignement des différentes formes de calcul travaillées sur ces deux cycles. La présente ressource apporte des éclairages plus précis sur le calcul en ligne dont la pratique est attendue aux cycles 2 et 3, conformément aux programmes parus au bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015.

Qu'est-ce que le calcul en ligne ?

Le calcul en ligne est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit.
Il se distingue à la fois :
- du calcul mental, en donnant la possibilité à chaque élève, s'il en ressent le besoin, d'écrire des étapes de calcul intermédiaires qui seraient trop lourdes à garder en mémoire ;
- du calcul posé, dans le sens où il ne consiste pas en la mise en œuvre d'un algorithme indépendant des nombres en jeu.

L'énoncé est donné par le professeur à l'oral ou à l'écrit ; le résultat est donné par l'élève à l'écrit.

Le calcul mental et le calcul en ligne vivent indépendamment mais se nourrissent mutuellement :
- les habileté développées en calcul mental sont au service du calcul en ligne, elles donnent progressivement accès au traitement en ligne de calculs de plus en plus complexes ;
- le calcul en ligne peut aussi être vu comme une étape dans le développement du calcul mental ; le fait d'écrire certaines étapes de calcul permet en effet de libérer la mémoire de travail, favorisant ainsi l'entrée dans le calcul mental pour tous les élèves. Le calcul en ligne ne se limite toutefois pas à cette conception, certains calculs proposés en ligne ne peuvent en effet pas être gérés de façon purement mentale.

Le calcul en ligne n'est pas une autre manière d'écrire un calcul posé. Le calcul posé repose sur une technique, un algorithme. Le calcul en ligne repose sur la compréhension de la notion de nombre, du principe de la numération décimale de position et des propriétés des opérations.

Comme le calcul mental, le calcul en ligne permet à l'élève d'utiliser la richesse de ses connaissances sur le nombre et sur les propriétés des opérations. L'élève est ainsi amené à « faire parler » les nombres, c'est à dire à en envisager diverses écritures, des décompositions additives, multiplicatives ou utilisant les unités de numération.

Retrouvez Eduscol sur

eduscol.education.fr/ressources-2016 - Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche - Mars 2016 1

D. Calculer avec des nombres entiers

- **Vers les opérations**

On place 1 jeton dans une boîte opaque. On ajoute 2, 3, 4 jetons **sans que l'enfant puisse voir le résultat**. On demande à l'enfant de produire lui-même le résultat avec ses propres jetons.

Transformations observées ou imaginées (MT) ; Calcul mental (R14 à R19

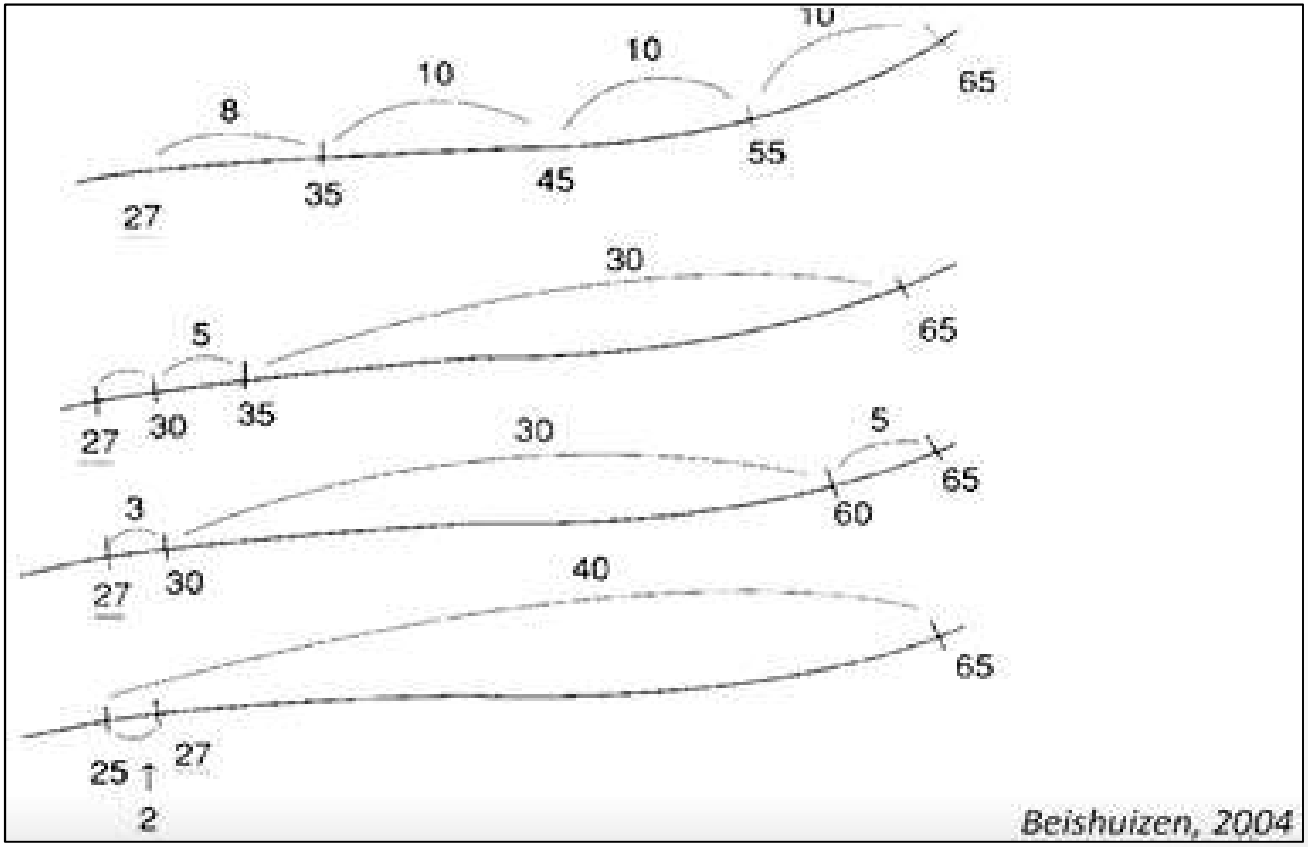
Mises ensuite ou non en relation avec les symboles (1 + 4 = 5) ; mobilisation de stratégies;

10

- L'enfant assiste à la transformation (ajout ou retrait), mais ne voit pas ce qui est dans la boîte.
- Plusieurs situations de complexité croissante :
  - La boîte est présente
  - On lui demande d'imaginer la boîte
  - On présente simplement les nombres abstraits (5 et puis j'enlève 2)

D. Calculer avec des nombres entiers

- Au CE2, l'**utilisation de la ligne numérique** pour traiter 65-38 selon les stratégies mises en œuvre.



D. Calculer avec des nombres entiers

- **Le calcul en ligne**

Quelques exemples de pratique du calcul en ligne

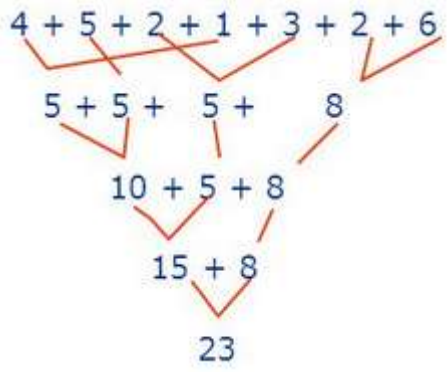
Ces exemples montrent un panel de stratégies mobilisées par les élèves qui pratiquent régulièrement le calcul en ligne ; ils doivent être perçus comme des pistes de mise en œuvre, sans volonté d'exhaustivité.

58 + 17 = ?	
Un élève écrit : *58 + 17 = 68 + 7 = 75*	Il décompose 17 en 10 + 7, ajoute 10 à 58 puis 7 au résultat obtenu.
Un autre élève écrit : *58 + 17 = 58 + 20 – 3 = 78 – 3 = 75*	Pour ajouter 17, il ajoute 20 et soustrait 3.
Un troisième élève écrit : *58 + 17 = 60 + 15 = 75*	Sa procédure est basée sur le complément à la dizaine la plus proche (une autre procédure basée sur le même principe pourrait être : 55 + 20 = 75).
Un quatrième élève écrit : *58 + 17 = 50 + 8 + 10 + 7 = 60 + 15 = 75*	Il décompose les deux termes en utilisant les unités de numération ; à l'oral, l'élève pourra exprimer sa procédure ainsi : 5 dizaines + 1 dizaine + 8 unités + 7 unités = ...

43 – 18 = ?	
Un élève écrit : *43 - 18 = 43 - 10 - 8 = 33 - 3 - 5 = 30 - 5 = 25*	Pour ôter 18, il ôte 10 puis 8 et pour ôter 8 il ôte 3 puis 5.
Un autre élève écrit : *43 - 18 = 43 - 20 + 2 = 23 + 2 = 25*	Pour enlever 18, il enlève 20 et ajoute 2.
Un troisième autre élève écrit : *43 - 18 = 45 - 20 = 25*	Il ajoute 2 aux deux nombres pour que le calcul soit plus facile à traiter (conservation des écarts).
Un quatrième élève écrit : *43 - 18 = 40 - 15 = 25*	Il enlève 3 aux deux nombres pour que le calcul soit plus facile à traiter (conservation des écarts).
Un cinquième élève écrit : *43 - 18 = 43 - 13 - 5 = 30 - 5 = 25*	Il reconnait qu'il peut facilement enlever 13 à 43 ; il enlève ensuite encore 5.

D. Calculer avec des nombres entiers

Quelle est la pertinence de l'utilisation des représentations en arborescence pour visualiser les calculs intermédiaires?



- Une expérience unique, une schématisation unique (figée), mettent les élèves potentiellement en risque de ne pas stabiliser les connaissances. Il faut diversifier les représentations des nombres.

D. Calculer avec des nombres entiers

Les difficultés d'apprentissage des tables de multiplication

- Les multiplications sont difficiles, et pas nécessairement pour des raisons mathématiques.
- Le problème réside en partie dans le fait que les résultats se ressemblent.

- Apprentissage des *tables de multiplication* dans un ordre de complexité croissante (d'après Roland Charnay) :
  - Les tables de 2 et de 5 (les plus simples)
  - Les tables de 4 et de 8 (doubles à partir de celles de 2)
  - Les tables de 3 et de 6
  - Les tables de 9 avec ses particularités (la somme des deux chiffres est 9)
  - Les table de 7 (ne reste plus à apprendre que 7x7)
- Associer différentes formulations : « combien de fois », « produit », …
- Plus on avance dans l'apprentissage des tables et moins l'on a de résultats à apprendre si l'on fait jouer le principe de commutativité (3x7 c'est comme 7x3).

D. Calculer avec des nombres entiers

Comment gérer la difficulté d'écouter et de retenir un calcul énoncé à l'oral ?

- C'est une difficulté transversale liée au transcodage.
- Vérifier que les élèves sont capables de répéter est un préalable, qu'ils gèrent le passage de la mémoire auditive à la mémoire visuelle (conservation en mémoire avant le passage au calcul ou au transcodage). Quand la charge cognitive est trop importante, on perd la mémoire des calculs intermédiaires.
- Autoriser un support écrit pour que les élèves puissent décharger leur mémoire de travail lors d'activités de calcul mental (ex : 26 +17. L'enfant transcrit le résultat intermédiaire 36 sur son ardoise, puis gère mentalement l'ajout de 7).
- Proposer d'abord aux élèves des traitements simples, puis des traitements plus complexes qui vont s'appuyer sur des manipulations.

D. Calculer avec des nombres entiers

Comment traiter la difficulté de l'usage conventionnel du signe = dans les calculs en ligne ?

- Le même symbole = a trois définitions :
  - Un symbole **d'exécution** : 3+4=7
  - Un symbole **d'équivalence** : 4+3=3+4
  - Un symbole **d'élaboration** : 5+5+5=3x5
- L'enseignement du formalisme a tendance à primer sur le mécanisme calculatoire. Le *raisonnement* est plus important à travailler que ce formalisme mathématique.
- Le calcul en ligne (défini dans le programme comme tout ce qui n'est pas du calcul posé) est sans doute prioritaire, sans pour autant s'astreindre à respecter systématiquement la valeur mathématique du signe =.
- Ne pas hésiter à substituer de temps à autre aux expressions formelles « égale »/ « est égal à » des expressions tout aussi explicites comme « c'est », « ça vaut », « c'est la même chose que ».

D. Calculer avec des nombres entiers

« Comment travailler les ordres de grandeur dès la maternelle et l'enrichir jusqu'au cycle 3 ? »

- Le travail effectif des ordres de grandeur mériterait sans doute d'être réservé à la fin du cycle 3 (au CM2).
- L'estimation des grandeurs reste en revanche un domaine d'investigation;
  - essentiel à travailler (affiner les estimations perceptives des longueurs, des masses…)
  - … et à travailler précocement (cela relève de capacités autant mathématiques que sociales)
- Il s'agit d'anticiper la plausibilité d'un résultat calculé exactement.

- **Types d'activités possibles:**
  - Poser rituellement et régulièrement aux élèves des questions du type : 47+38 est-ce plus proche de 40+30 ou de 50+40 ?
  - Faire anticiper la plausibilité du résultat : 47x38, est-ce plus proche de 100, de 1000 ou de 10 000 ?

Bilan: recommandations générales

Synthèse des recommandations du jury de la conférence de consensus

- Développer la **manipulation de quantités** tangibles avant le passage à leur symbolisation ; conserver des traces relatives au temps de manipulation, de mise en commun, de structuration
- **S'appuyer sur l'oral** avant de passer à des écritures symboliques
- Insister davantage sur **l'apprentissage des tables d'addition et de multiplication**
- Renforcer les **activités de transcodage**: faire le lien entre numération orale et écrite et difficultés posées par notre langue maternelle, les différentes **désignations du nombre** (écriture chiffrée, compositions, décompositions (le double et la moitié par exemple et en unités et dizaines par exemple).
- **Privilégier le calcul mental** par rapport au calcul posé.
  - Permettre, en calcul mental, le **recours à un support** pour simplifier la tâche de réflexion et libérer la mémoire de travail (traces de recherche).
- **Faire dire à l'élève comment il a fait pour parvenir à son résultat**
- Renforcer les situations de **résolution de problèmes**
- **Associer l'apprentissage des techniques opératoires à la compréhension des nombres** (Pourquoi, lorsque je pose une soustraction, *« j'ajoute une dizaine en haut donc je la rends en bas »* ?)

http://www.cnesco.fr/fr/les-ressources-pour-les-enseignants-et-les-eleves

S’assurer de la progressivité des enseignements

cnesco
conseil national
d’évaluation
du système scolaire

R2 - La continuité et la cohérence de l’enseignement des mathématiques au travers des années, des cycles et des degrés doivent permettre aux élèves de construire des savoirs et savoir-faire qui s’enchaînent et s’intègrent harmonieusement tout au long de leur cursus d’apprentissage.

R18 - L’enseignement du calcul mental et du calcul en ligne doit être organisé selon une progressivité.

S'assurer de la progressivité des enseignements

- **Une progressivité des enseignements au fil du cycle**
  - Points d'attention partagés en équipe de maîtres :
    - La continuité des choix de manuels
    - La cohérence des approches didactiques
    - La continuité du cursus d'apprentissage des élèves
    - La continuité des supports en usage dans la classe (ex.: réglettes Cuisenaire)
    - La continuité des outils élèves (ex.: cahier des apprentissages)
  - Ne pas déléguer aux auteurs de manuels le soin de construire le curriculum des élèves. Prévoir des progressions et évaluer leurs effets est un chantier pertinent.

- **Un enjeu intermédiaire : à la fin du CP**, les élèves doivent avoir acquis implicitement plusieurs connaissances liées aux nombres :
    - L'abstraction du cardinal
    - L'emboîtement des nombres par le recours à l'itération de l'unité (3 emboîte 2 parce que 3, c'est 2 et encore 1)